

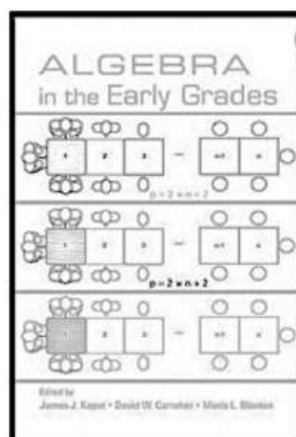
Sviluppare il pensiero pre-algebrico: un ponte tra i problemi con variazione in PerContare e il progetto ArAl

Annalisa Cusi (Sapienza Università di Roma)

Che cos'è il pensiero pre-algebrico?

Early algebra

"Algebrizzare l'aritmetica" per favorire il superamento delle difficoltà associate allo studio del formalismo algebrico da parte degli studenti.

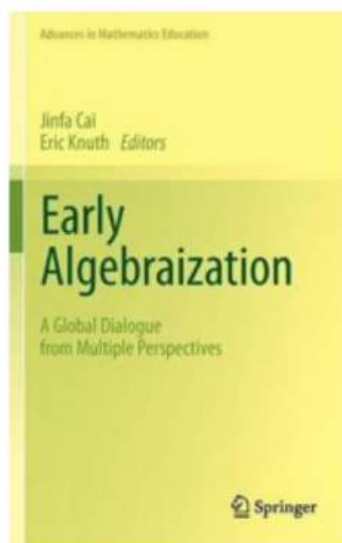


Kaput, Carraher
& Blanton (2008)

"Algebrizzare l'aritmetica" significa trasformare ed estendere la matematica solitamente insegnata all'inizio del primo ciclo in modo da **includere il pensiero algebrico, con le sue caratteristiche intrinseche di generalità.**

Early algebra

"Algebrizzare l'aritmetica" per favorire il superamento delle difficoltà associate allo studio del formalismo algebrico da parte degli studenti.



Cai & Knuth (2011)

*L'aritmetica va **"guardata con occhi algebrici"***
(Subramaniam & Banerjee, 2011)

*"Sviluppare il pensiero algebrico non significa
servirsi o meno di notazioni, ma **imparare a
ragionare in un certo modo.**"* (Radford, 2011)

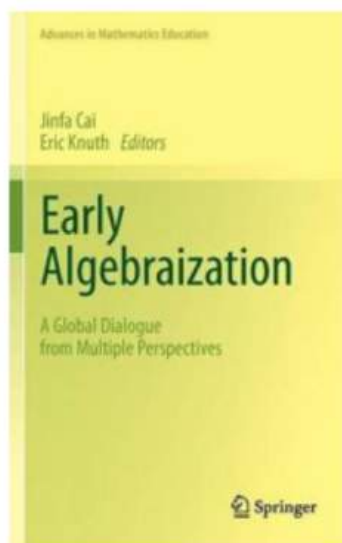
Early algebra

"Algebrizzare l'aritmetica" per favorire il superamento delle difficoltà associate allo studio del formalismo algebrico da parte degli studenti.

La **connessione tra aritmetica e algebra** viene messa in luce nel momento in cui **algoritmi e procedure tipici dello studio dell'aritmetica vengono introdotti attraverso attività significative ed esplicitando i significati in gioco**, anziché in modo meccanico.

Early algebra

Kieran (2011) elenca una serie di **"temi" caratterizzanti i diversi approcci attraverso i quali l'aritmetica può essere algebrizzata:**



Cai & Knuth (2011)

- guidare a vedere il generale nel particolare, lavorando su attività di esplorazione, congettura e argomentazione;
- stimolare l'esplicitazione di regolarità osservate (ad esempio, quelle alla base della costruzione di successioni);
- supportare l'interpretazione di procedure in termini concettuali;
- focalizzare l'attenzione sulle relazioni e sulla loro rappresentazione.

Il progetto ArAI

Il progetto ArAl

IL PROGETTO ARAL

Percorsi nell'aritmetica per favorire il pensiero pre-algebrico



Progetto sviluppato dal GREM
dell'Università di Modena e Reggio E.,
sotto il coordinamento di
Nicolina Malara e Giancarlo Navarra

Il progetto ArAl

IL PROGETTO ARAL

Percorsi nell'aritmetica per favorire il pensiero pre-algebrico



Visione dell'algebra come LINGUAGGIO:

la manipolazione formale *non può prescindere* dal **controllo di ciò che vogliono dire gli oggetti che si manipolano.**

IPOTESI: i modelli mentali propri del pensiero algebrico possono essere costruiti a partire dalla scuola dell'infanzia e dai primi anni della scuola primaria - nei quali il bambino comincia ad avvicinarsi al pensiero aritmetico - **insegnandogli a 'vedere' l'aritmetica algebricamente, costruendo in lui il pensiero algebrico progressivamente**, in un fitto intreccio con l'aritmetica, **partendo dai suoi significati**, attraverso la **costruzione di un ambiente che stimoli in modo informale l'elaborazione autonoma del balbettio algebrico.**

Il progetto ArAl

IL PROGETTO ArAl

Percorsi nell'aritmetica per favorire il pensiero pre-algebrico



Parole chiave del quadro ArAl

**RAPPRESENTAZIONE CANONICA E NON
CANONICA DI UN NUMERO**

**"Prima rappresenta e poi risolvi"
RISOLVERE E RAPPRESENTARE:
PRODOTTO E PROCESSO**

**FOCUS SULLA PLURALITÀ DEI
SIGNIFICATI DEL SIMBOLO DI
UGUAGLIANZA**

Il progetto ArAl

IL PROGETTO ARAL

Percorsi nell'aritmetica per favorire il pensiero pre-algebrico



"Prima rappresenta e poi risolvi"
RISOLVERE E RAPPRESENTARE:
PRODOTTO E PROCESSO

Parole chiave del quadro ArAl

Se l'alunno viene guidato ad **allontanare da sé la preoccupazione del risultato**, raggiunge un livello superiore di pensiero, **sostituendo al calcolare il 'guardarsi' mentre sta ragionando.**

Il progetto ArAl

IL PROGETTO ARAL

Percorsi nell'aritmetica per favorire il pensiero pre-algebrico



Parole chiave del quadro ArAl

**RAPPRESENTAZIONE CANONICA E NON
CANONICA DI UN NUMERO**

È importante portare gli allievi a concepire come
legittime rappresentazioni di un numero
sia quella **canonica** (“nome proprio” del numero)
che ogni altra espressione di cui esso sia il risultato (**rappresentazioni
non canoniche**), che possono ampliare il campo delle informazioni e
favoriscono la comprensione dei processi sottesi.

Come viene interpretata
questa uguaglianza?
 $5 \cdot (10+2)=60$

Il progetto ArAl

IL PROGETTO ARAL

Percorsi nell'aritmetica per favorire il pensiero pre-algebrico



Parole chiave del quadro ArAl

Da “uguale” come operatore direzionale (“calcola”), al **significato RELAZIONALE** del segno di uguaglianza (**equivalenza tra due scritture**).

$$3 \cdot 2 + 1 = 7$$

$$3 \cdot 2 + 1 = 14 : 2 = 4 + 3 = 12 - 5$$

$$3 \cdot 2 + 1 = 2 + n$$

**FOCUS SULLA PLURALITÀ DEI
SIGNIFICATI DEL SIMBOLO DI
UGUAGLIANZA**

Approccio metodologico: il ruolo chiave della discussione

Approccio metodologico: il ruolo chiave della discussione

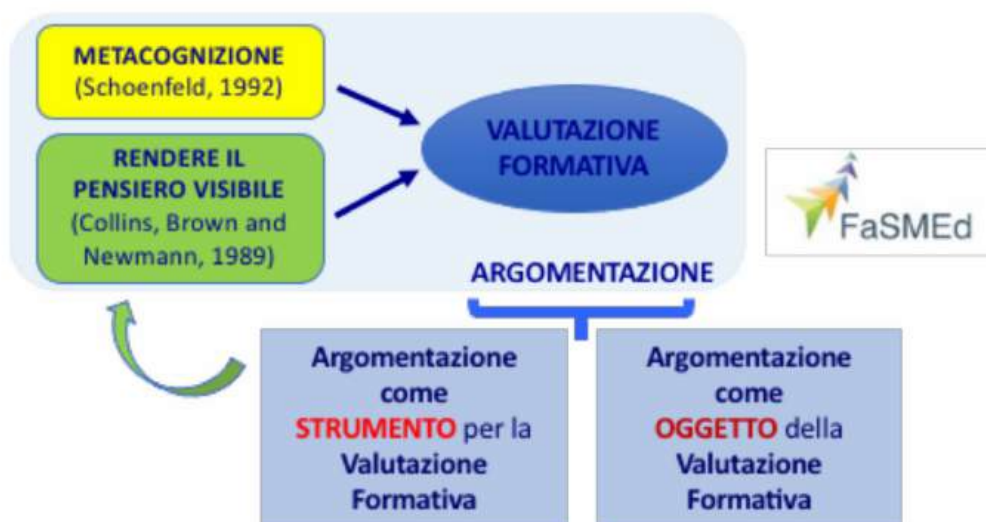
Lo **sviluppo del pensiero pre-algebrico** è associato a quello della **consapevolezza del senso delle attività** nelle quali gli alunni vengono coinvolti e della **condivisione dei significati** costruiti attraverso tali attività.

Come favorire processi di
condivisione e sviluppo
di consapevolezza?

*"È necessario fare in modo che **argomentare, congetturare e giustificare** diventino elementi caratteristici dell'approccio didattico"*

(Blanton e Kaput, 2008)

Approccio metodologico: il ruolo chiave della discussione



Richieste del tipo "giustifica la tua risposta" oppure "spiega come hai ragionato" **stimolano l'esplicitazione dei processi di ragionamento**. Questo favorisce la **condivisione** di idee, il **confronto** tra risposte, la **riflessione** sull'efficacia delle strategie adottate, lo **sviluppo di maggior consapevolezza** dei propri pensieri di ragionamento e di quelli altrui.

(Cusi, Morselli & Sabena, 2017, 2018)

Approccio metodologico: il ruolo chiave della discussione



Tipica struttura di una lezione
nell'ambito del progetto FaSMEd



(Cusi, Morselli & Sabena, 2017)

Strategie per una progettazione efficace delle discussioni di classe:

- **Monitorare** con attenzione il lavoro degli studenti
- **Raccogliere ed analizzare** le loro risposte
- **Raggruppare** le risposte ed **ordinarle** secondo opportuni criteri
- **In fase di discussione, stimolare l'esplicitazione** dei processi di ragionamento, **la condivisione** di strategie, **la riflessione** a più livelli (su errori, difficoltà, strategie adottate, giustificazioni di tali strategie...).

Facciamo alcuni esempi

Esempio 1: focus sul simbolo di uguaglianza

Esempio 1: focus sul simbolo di uguaglianza

Da una sperimentazione condotta in 4
classi prime di scuola primaria

Adattamento, realizzato nell'ambito del progetto
FaSMEd, dell'attività ArAl "Mascherine"
attraverso la creazione di 3 schede di lavoro

L'esempio che mostrerò si riferisce alla
discussione che ha seguito il lavoro a coppie
su questa prima scheda di lavoro.

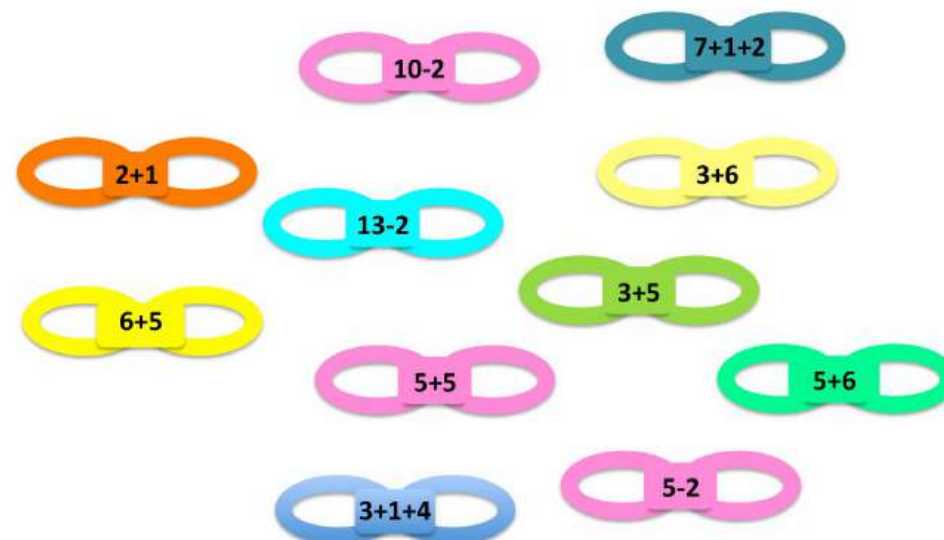


LA FESTA IN MASCHERA: AIUTIAMO MARTIJN A TROVARE I NUMERI FRATELLI

DURANTE LA FESTA I NUMERI FRATELLI SI METTONO A GIOCARE E SI SEPARANO.

MARTIJN VORREBBE RAGGRUPPARE I NUMERI FRATELLI, MA NON CI RIESCE.

AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTIJN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.



Esempio 1: focus sul simbolo di uguaglianza

PerContare Pro

Fondazione
ASPH
Onlus

INDIRE
ISTITUTO NAZIONALE
PER LO SVILUPPO
EDUCATIVO E
INTELLIGENZIALE

AN SUPREME DIGNITY
7343

Dipartimento di Matematica
Università di Pisa

Fondazione
Caripit

UNISER
PISTOIA
Ricerca - Formazione - Alta Formazione

AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTJIN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.

Davide: lo qua ci leggo 115!

Alcune
delle
risposte
proiettate
alla LIM

Scrivete qui il vostro

$$\begin{array}{l} 13-2=11 \quad 5+6=11 \quad 10-2=8 \quad 3+1+4=8 \\ 7+1+2=10 \quad 5+5=10 \quad 5+6=11 \quad 6+5=11 \\ 5+2=3 \quad 2+1=3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3+5=8 \quad 3+1+4=8 \quad 10-2=8 \\ 5+6=11 \quad 13-2=11 \quad 6+5=11 \\ 5+5=10 \quad 7+1+2=10 \quad 2+1=3 \end{array}$$

Alessio: E qua 57!

R: Sono chiari questi messaggi per Martjin?

$$\begin{array}{l} 2+1=3 \quad 5-2=3 \quad 5+5=10 \quad 7+1+2=10 \quad 5+6=11 \quad 13-2=11 \\ 6+5=11 \quad 10-2=8 \quad 3+1+4=8 \quad 3+5=8 \quad 3+6=9 \end{array}$$

Esempio 1: focus sul simbolo di uguaglianza

PerContare Pro

Fondazione
ASPH
Onlus

INDIRE
ISTITUTO NAZIONALE
DELLA RICERCA EDUCATIVA

AN SUPREME DIGNITY
7343

Dipartimento di Matematica
Università di Pisa

Fondazione
Caripit

UNISER
PISTOIA
RICERCA - INNOVAZIONE - ALTA FORMAZIONE

AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI
FRATELLI. RICORDATI CHE MARTIJN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO
IL MESSAGGIO DELLA MATEMATICA.

**Chiara: Si capisce
perché c'è l'uguale e
poi il numero che fa.**

Alcune
delle
risposte
proiettate
alla LIM

Scrivete qui il vostro messaggio a

$$13-2=11 \quad 5+6=11 \quad 10-2=8 \quad 3+1=4$$

$$7+1+2=10 \quad 5+5=10 \quad 5+6=11 \quad 6+5=11$$

$$5+2=3 \quad 2+1=3$$

$$3+5=8 \quad 3+1+4=8 \quad 10-2=8$$

$$5+6=11 \quad 13-2=11 \quad 6+5=11$$

$$5+5=10 \quad 7+1+2=10 \quad 2+1=3$$

$$5-2=3$$

**R: Si capisce quali
sono i numeri
fratelli?**

$$2+1 \quad 5-2=3 \quad 5+5 \quad 7+1+2=10 \quad 5+6 \quad 13-2$$

$$6+5=11 \quad 10-2 \quad 3+1+4 \quad 3+5=8 \quad 3+6=9$$

Esempio 1: focus sul simbolo di uguaglianza

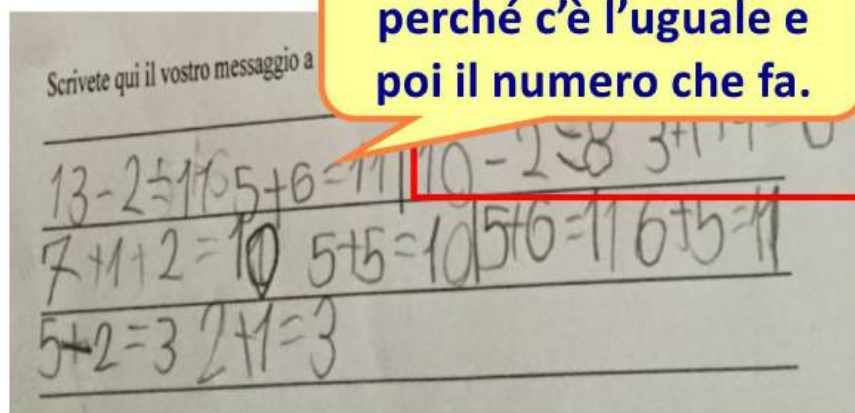


AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI
RICORDATI CHE MARTIJN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO
MAGGIO DELLA MATEMATICA.

**Chiara: Si capisce
perché c'è l'uguale e
poi il numero che fa.**

**Chiara: 10 meno 2
uguale a 8 e 3 più 1 più
4 uguale a 8.**

Alcune
delle
risposte
proiettate
alla LIM



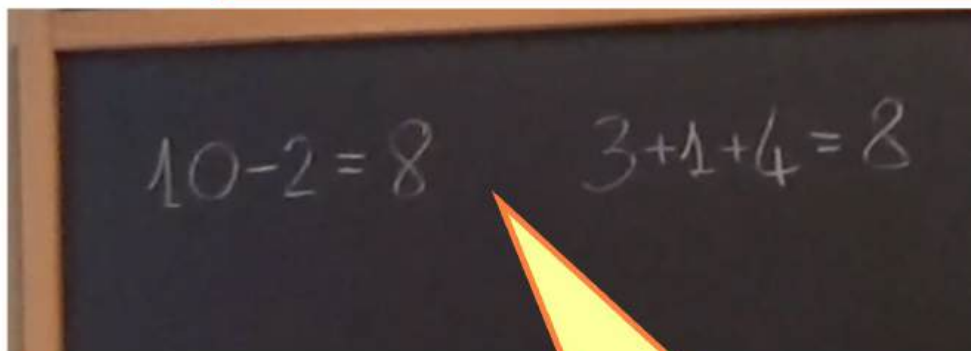
**R: Prova a leggermi
alcuni numeri fratelli
che si individuano bene
in questa scheda**

**R: Provo a scriverli alla
lavagna così vediamo se
si capisce bene che sono
fratelli**

Esempio 1: focus sul simbolo di uguaglianza



AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTIJN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.



R: Chiara dice che si capisce bene che questi sono numeri fratelli. Siete d'accordo con Chiara?

R: Provo a scriverli alla lavagna così vediamo se si capisce bene che sono fratelli

Davide: Qua se non ci

Esempio 1:
focus sul simbolo di uguaglianza

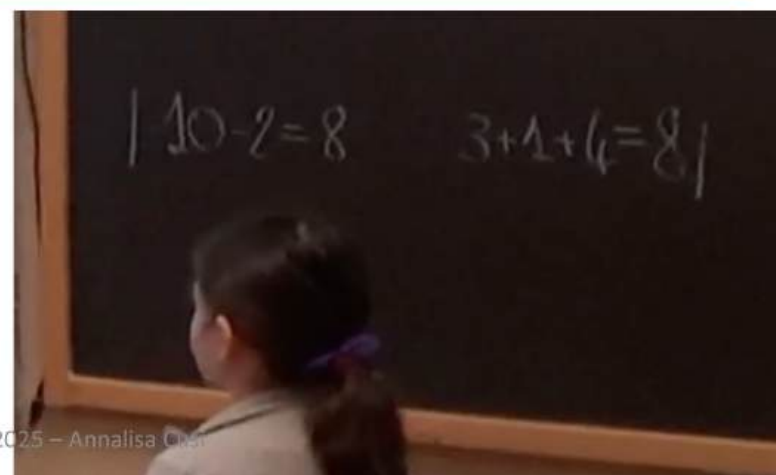


$$10-2=8 \quad 3+1+4=8$$

FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI
SCIE L'ITALIANO, MA CAPIsce MOLTO

R: Io, leggendo così, potrei capire solo che 10 meno 2 è uguale a 8 e che 3 più 1 più 4 è uguale a 8. Io potrei non capire che voi mi volete dire che 10-2 e 3+1+4 sono numeri fratelli. Come facciamo a far capire a Martjin che 10-2 e 3+1+4 sono fratelli?

Chiara: Alla fine e all'inizio mettiamo una sbarretta.



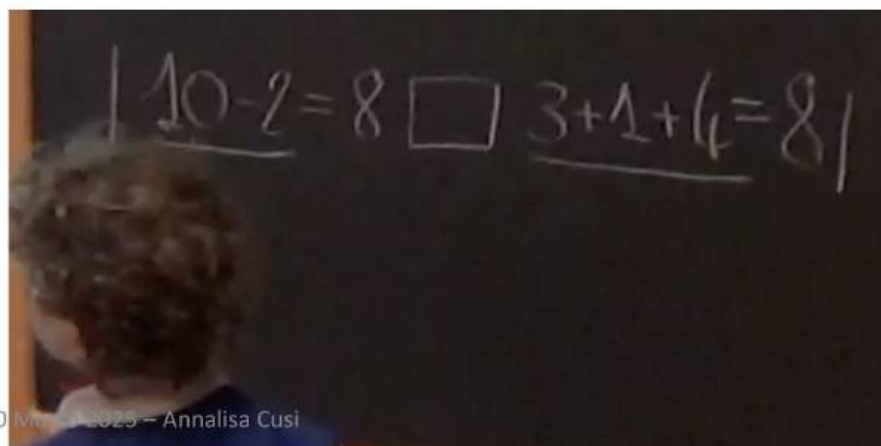
Esempio 1:
focus sul simbolo di uguaglianza



AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTIJN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.

R: Io, leggendo così, potrei capire solo che $10 \text{ meno } 2$ è uguale a 8 e che $3 \text{ più } 1 \text{ più } 4$ è uguale a 8 . Io potrei non capire che voi mi volete dire che $10-2$ e $3+1+4$ sono numeri fratelli. Come facciamo a far capire a Martjin che $10-2$ e $3+1+4$ sono fratelli?

Davide: Qua puoi mettere un quadretto, così si separano.



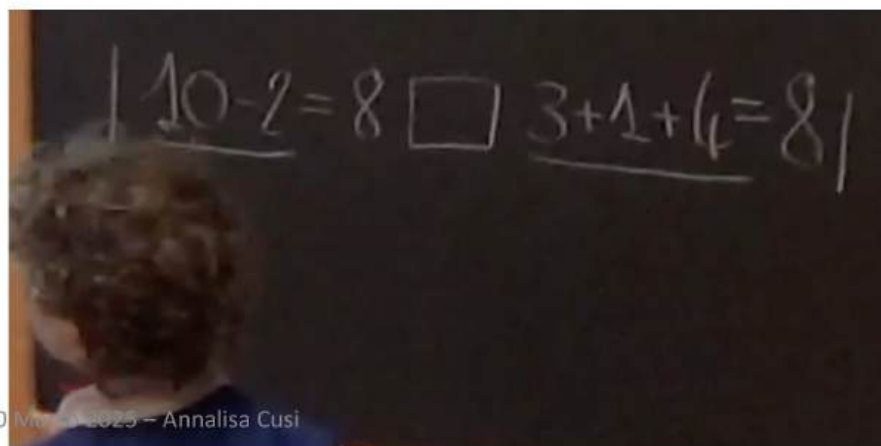
Esempio 1:
focus sul simbolo di uguaglianza



AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTJIN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.

R: Secondo voi il quadretto fa capire a Martjin che sono fratelli?

Coro: No!



Esempio 1: focus sul simbolo di uguaglianza

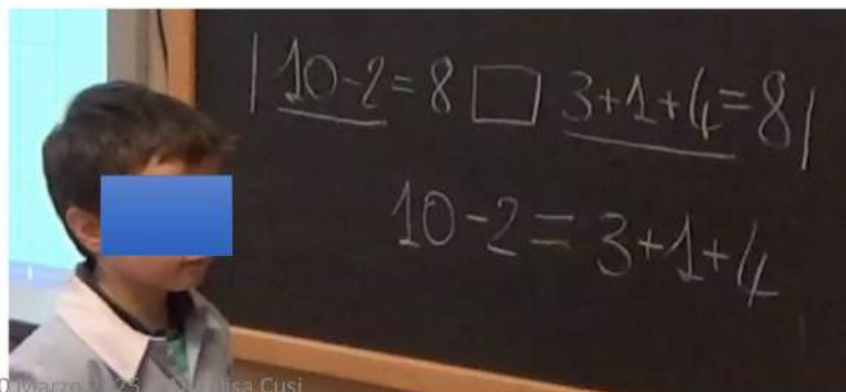


AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTJIN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.

R: lo vorrei far capire a Martjin che $10-2$ e $3+1+4$ sono dei fratelli.

I: Pensiamo al linguaggio della matematica.

Luigi si avvicina alla lavagna e, senza dir niente, inserisce il simbolo di uguaglianza tra le due espressioni.



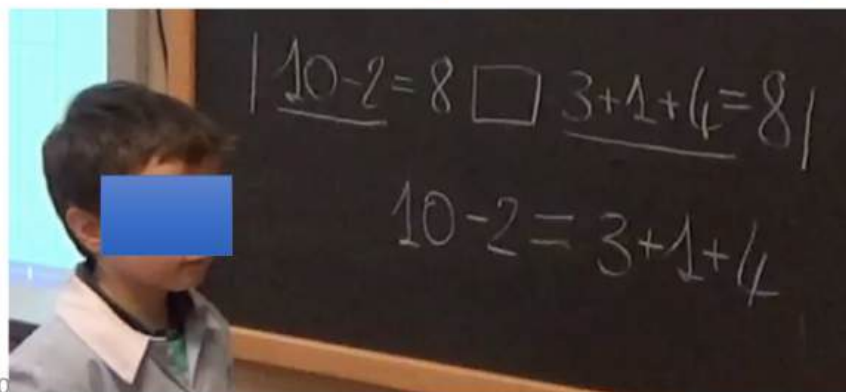
Esempio 1:
focus sul simbolo di uguaglianza



AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTIJN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.

R: Attenzione! Qui non c'è scritto solo 3. C'è scritto $3+1+4$. Pensiamoci. E' vero che $10-2$ è uguale a $3+1+4$?

Alessio: No, perché $10-2$ non fa 3!



Esempio 1: focus sul simbolo di uguaglianza



AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTIJN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.

R: Facciamo un sondaggio. E' vero che $10-2$ è uguale a $3+1+4$? Chi pensa che $10-2$ sia uguale a $3+1+4$ alzi la mano.

$$10-2=3+1+4$$



Esempio 1: focus sul simbolo di uguaglianza



AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTIJN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.

9 Bambini alzano la mano. I restanti 7 alzano la mano alla richiesta “chi pensa che non sia vero, alzi la mano”.

$$10-2=3+1+4$$

R: Adesso chiedo a un bimbo che dice “penso che sia vero che $10-2$ è uguale a $3+1+4$ ” di venire alla lavagna a spiegare perché secondo lui è vero. E chiedo anche a un bimbo che dice “penso non sia vero” di venire a spiegare perché secondo lui non è vero.

Esempio 1: focus sul simbolo di uguaglianza



AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTIJN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.

**Viene alla lavagna Fabio, che
pensa che non sia vero che
 $10-2=3+1+4$**

$$10-2=3+1+4$$

**Fabio: Dopo il risultato non
vengono questi (indica +1+4). E
10 meno 2 non fa 3.**

**R: Per te qua (indica
il secondo membro
dell'uguaglianza)
dovrei scrivere un
numero solo?**

**Fabio: Sì. Devo
scrivere 8.**

Esempio 1:
focus sul simbolo di uguaglianza



AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTIJN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.

**Alzano la mano diversi bambini
(tra i quali Alessio) per venire a
spiegare perché $10-2=3+1+4$**

$$10-2=3+1+4$$

**R: Facciamo parlare Alessio, visto che
ha cambiato idea. Hai cambiato idea,
Alessio?**

**Alessio: Sì, $10-2$ e
 $3+1+4$ sono uguali
perché fanno tutte e
due 8.**

Esempio 1: focus sul simbolo di uguaglianza



AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTIJN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.

R: Chi ha ragione secondo voi? Fabio o Alessio?

Daniele, che prima aveva detto che $10-2$ non è uguale a $3+1+4$, dice che ha ragione Alessio.

$$10-2=3+1+4$$

R: C'è qualcun altro che ha cambiato idea come Daniele?

Chiara: Ho cambiato idea perché ho capito che l'uguale vuol dire che sono tutti e due uguali perché danno lo stesso risultato.

Diversi bambini dicono di aver cambiato idea. La classe concorda che $10-2=3+1+4$ è una rappresentazione corretta.

Esempio 1: focus sul simbolo di uguaglianza



Complessa evoluzione dei segni durante la discussione, che mette in evidenza come il **significato procedurale di uguaglianza** sia già radicato e predominante.

Stimolare gli alunni a **condividere la propria interpretazione** dei simboli utilizzati fa sì che le diverse interpretazioni diventino gradualmente patrimonio condiviso, conducendo la classe a **servirsi del simbolo di uguaglianza come rappresentazione dell'equivalenza tra diverse espressioni numeriche**.

Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà

Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà

Da una sperimentazione condotta in 2 classi seconde di scuola primaria

**Adattamento, in ottica FaSMEd,
di alcune attività tratte
dall'unità ArAl
"Le piramidi di numeri"**



LE PIRAMIDI DI NUMERI – SCHEDA 1

Francesco ha tanti mattoncini. Un giorno, mentre gioca con il suo amico Giovanni, decide di usare i mattoncini per costruire delle piramidi. Dopo aver costruito le piramidi, su ogni mattoncino scrive un numero.



Quando finisce di costruire le prime tre piramidi, dice a Giovanni: "Osserva le piramidi che ho costruito! Che relazioni ci sono tra i numeri sui mattoncini di ciascuna piramide?"

Osservate anche voi le piramidi costruite da Francesco. Se foste Giovanni, come gli rispondereste?



Scrivete qui la vostra risposta:

Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà

Da una sperimentazione condotta in 2 classi seconde di scuola primaria

**Adattamento, in ottica FaSMEd,
di alcune attività tratte
dall'unità ArAl
"Le piramidi di numeri"**



LE PIRAMIDI DI NUMERI – SCHEDA 2

Francesco costruisce altre due piramidi e scrive solo i numeri sui mattoncini alla base delle piramidi che ha costruito.

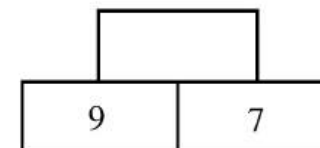
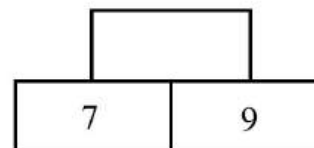


Giovanni osserva le piramidi e dice a Francesco: "I numeri sui mattoni nella base della piramide a destra sono invertiti rispetto ai numeri nella base della piramide a sinistra, ma, secondo me, il numero da scrivere nel mattone in alto è lo stesso".

Siete d'accordo con Giovanni?

Se siete d'accordo, spiegate perché Giovanni ha ragione.

Se non siete d'accordo, spiegate perché Giovanni non ha ragione.



Scrivete qui la vostra risposta:

Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà

DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO A COPPIE SULLA SCHEDA 1

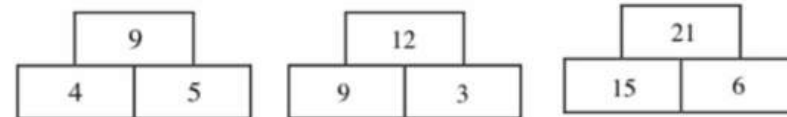
Prima parte della discussione:

- La classe condivide le osservazioni fatte durante l'analisi delle tre piramidi presenti nella scheda



Quando finisce di costruire le prime tre piramidi, dice a Giovanni: “Osserva le piramidi che ho costruito! Che relazioni ci sono tra i numeri sui mattoncini di ciascuna piramide?”.

Osservate anche voi le piramidi costruite da Francesco. Se foste Giovanni, come gli rispondereste?



Scrivete qui la vostra risposta:

Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà

DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO A COPPIE SULLA SCHEDA 1

Prima parte della discussione:

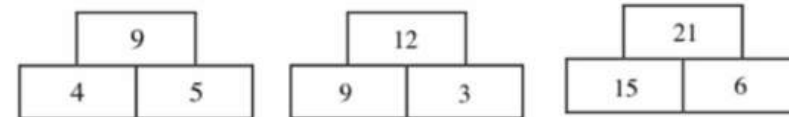
- La classe condivide le osservazioni fatte durante l'analisi delle tre piramidi presenti nella scheda
- Vengono analizzate alcune risposte, mostrate alla LIM

NUMERI SOTTO, FORMANO LA
SOMMA DEL NUMERO SODRA:
 $4+5=9$ $9+3=12$
 $15+6=21$

PER OGNI
C'E' L'ADDIZIONE NELLA PIRAMIDE E C'E'
IL RISULTATO
 $4+5=9$
 $3+9=12$
 $6+15=21$

Quando finisce di costruire le prime tre piramidi, dice a Giovanni: "Osserva le piramidi che ho costruito! Che relazioni ci sono tra i numeri sui mattoncini di ciascuna piramide?".

Osservate anche voi le piramidi costruite da Francesco. Se foste Giovanni, come gli rispondereste?



Scrivete qui la vostra

Scrivete qui la vostra risposta:

IN OGNI PIRAMIDE L'ULTI-
MO MATTONCINO IN ALTO C'E'
SCRITTO IL RISULTATO "PRE-
SENDO" $4+5$ FA 9 LA PRIMA
PIRAMIDE C'E' SCRITTO $4+5$ CHE FA 9
E' ANCHE LE ULTIME DUE.

Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà



**DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO
A COPPIE SULLA SCHEDA 1**

Focus dello stralcio: verbalizzazione della relazione

R: Se un bambino di un'altra classe non avesse le piramidi davanti e leggesse solo quella frase, capirebbe bene la relazione che c'è scritta?

Marco: dovremmo parlargli della piramide

NUMERI SOTTO FORMANO LA
SOMMA DEL NUMERO SODRÀ:
 $4+5=9$ $9+3=12$
 $15+6=21$

Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà



DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO A COPPIE SULLA SCHEDA 1

Focus dello stralcio: verbalizzazione della relazione

**R: Marco dice che intanto
dovremmo parlargli della
piramide perché non
l'abbiamo scritto. E "i numeri
sotto"? ...come potremmo
esprimerlo meglio?**

**Marco: i numeri sotto
nelle piramidi**

**Elia: i numeri nella base
delle piramidi**

NUMERI SOTTO FORMANO LA
SOMMA DEL NUMERO SODRA:
 $4+5=9$ $9+3=12$
 $15+6=21$

Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà



DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO A COPPIE SULLA SCHEDA 1

Focus dello stralcio: verbalizzazione della relazione

R: Adesso provo a scrivere alla lavagna le cose che mi consigliate. "I numeri nella base della piramide", ha detto Elia. ... poi cosa aggiungiamo?

Marco: i numeri alla base della piramide formano

Elia: No, sommano!

Coro: Sommandoli...

Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà



DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO A COPPIE SULLA SCHEDA 1

R: Adesso provo a scrivere alla lavagna le cose che mi consigliate. "I numeri nella base della piramide", ha detto Elia. ... poi cosa aggiungiamo?

**I NUMERI NELLA BASE DELLA PIRAMIDE,
SOMMANDOLI, DANNO IL RISULTATO
SCRITTO NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE**

Focus dello stralcio: verbalizzazione della relazione

**Marco: Sommandoli,
danno**

**Elia: Sommandoli,
danno il risultato
scritto nella punta
della piramide**

**R scrive alla lavagna le diverse
formulazioni verbali della
relazione proposte dagli alunni**

Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà



DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO A COPPIE SULLA SCHEDA 1

Focus dello stralcio: verbalizzazione della relazione

**R: Se partissi invece dicendo
“se sommiamo i numeri alla
base della piramide...”, come
potremmo completarla?**

Emma: più o meno...

**Elia: nella punta della
piramide c'è il risultato**

**I NUMERI NELLA BASE DELLA PIRAMIDE,
SOMMANDOLI, DANNO IL RISULTATO
SCRITTO NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE
SE SOMMIAMO I NUMERI NELLA BASE DELLA
PIRAMIDE, NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE
CI SARA' IL RISULTATO**

Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà

DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO
A COPPIE SULLA SCHEDA 1

**R: Se invece dico “il
numero nella punta
della piramide è...”?**



Focus dello stralcio: verbalizzazione della relazione

I NUMERI NELLA BASE DELLA PIRAMIDE,
SOMMANDOLI, DANNO IL RISULTATO
SCRITTO NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE

SE SOMMIAMO I NUMERI NELLA BASE DELLA
PIRAMIDE, NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE
CI SARA' IL RISULTATO

IL NUMERO NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE
E' IL RISULTATO DELLA SOMMA DELLA BASE
DELLA PIRAMIDE

IL NUMERO NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE
E' IL RISULTATO DELLA SOMMA DEI NUMERI
NELLA BASE DELLA PIRAMIDE

Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà



DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO A COPPIE SULLA SCHEDA 2

Tutti i gruppi concordano che Giovanni ha ragione.

Giovanni osserva le piramidi e dice a Francesco: “I numeri sui mattoni nella base della piramide a destra sono invertiti rispetto ai numeri nella base della piramide a sinistra, ma, secondo me, il numero da scrivere nel mattone in alto è lo stesso”.

Siete d'accordo con Giovanni?

Se siete d'accordo, spiegate perché Giovanni ha ragione.

Se non siete d'accordo, spiegate perché Giovanni non ha ragione.



Scrivete qui la vostra risposta:

Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà

DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO A COPPIE SULLA SCHEDA 2

Tutti i gruppi concordano che Giovanni ha ragione.

Prima parte della discussione: analisi di alcune risposte scritte dagli alunni per evidenziare se sono corrette, chiare, complete.

Giovanni osserva le piramidi e dice a Francesco: "La base della piramide a destra sono invertiti rispetto alla piramide a sinistra, ma, secondo me, il numero alto è lo stesso".

Siete d'accordo con Giovanni?

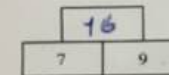
Se siete d'accordo, spiegate perché Giovanni ha ragione.

Se non siete d'accordo, spiegate perché Giovanni non ha ragione.



Scrivete qui la vostra risposta:

SI PERCHE' IL NUMERO
SULLA PRIMA E SULLA
SECONDA PIRAMIDE E
LO STESSO NUMERO IL
NUMERO 16



Scrivete qui la vostra risposta:

PER NOI LA RAGIONE GIOVANNI
PERCHE' SE INVERTIAMO I 2 NUME
RI FANNO 16 TUTTE E 2 LE PIRAM
DI 16 E LA ADDIZIONE E' 7+9
7+9 CHE FANNO TUTTE E 2 LE
PIRAMIDI FANNO 16



Scrivete qui la vostra risposta:

SI PERCHE' ABBIAMO SOMMATO
7+9 E APPATTO LA STESSA
SOMMA E' DIVENTA LA STESSA
RISULTATO CHE E 7+9=16

R: Adesso vi faccio vedere, ho raccolto un po' delle vostre risposte e ve le faccio vedere. Quando le leggiamo, ci dobbiamo chiedere un po' di cose. "E' corretto, c'è qualche errore?" e poi "è chiaro quello che c'è scritto, si capisce bene?". Infine: "è completo, è stato detto tutto o si può aggiungere qualcosa per dare una risposta veramente completa?".

Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà

DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO A COPPIE SULLA SCHEDA 2

Tutti i gruppi concordano che Giovanni ha ragione.

Prima parte della discussione: analisi di alcune risposte scritte dagli alunni per evidenziare se sono corrette, chiare, complete.



Giovanni osserva le piramidi e dice a Francesco: "La base della piramide a destra sono invertiti rispetto alla piramide a sinistra, ma, secondo me, il numero alto è lo stesso".

Siete d'accordo con Giovanni?

Se siete d'accordo, spiegate perché Giovanni ha ragione.

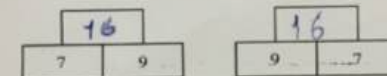
Se non siete d'accordo, spiegate perché Giovanni non ha ragione.



Scrivete qui la vostra risposta:

SI PERCHÉ IL NUMERO
SULLA PRIMA E SULLA
SECONDA PIRAMIDE È
LO STESSO NUMERO IL
NUMERO 16

Scrivete qui la vostra risposta:



Scrivete qui la vostra risposta:

PER NOI LA RAGIONE GIOVANNI
PERCHÉ SE INVERTIAMO I 2 NUMERI
FAUNO 16 TUTTE E 2 LE PIRAMIDI
DI 16 E L'ADIZIONE È 7+9 OPPURE
9+7 CHE FAUNO TUTTE E DUE LE
PIRAMIDI FAUNO 16



Scrivete qui la vostra risposta:

SI PERCHÉ ABBIAMO SOMMATO
7+9 E È PATTATO LA STESSA
SOMMA E È VENUTA LA STESSA
RISULTATO CHE È 7+9=16

Dopo un momento di confronto sulle varie risposte, la classe viene guidata a esplicitare la proprietà commutativa in termini generali attraverso la verbalizzazione.

Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà



DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO A COPPIE SULLA SCHEDA 2

Seconda fase della discussione: focus sulla rappresentazione della proprietà commutativa

Vengono disegnate altre due piramidi



R: Martjin è olandese non parla italiano ma parla molto bene il linguaggio della matematica. Se io volessi fare capire a Martjin quello che abbiamo detto noi finora, cioè che, se invertiamo i numeri alla base, nel mattoncino qui in alto il risultato è lo stesso ... Vorrei fargli capire che i numeri che si ottengono sono gli stessi. Come potrei farglielo capire?

Federico: $51+92$ è la stessa somma...

Coro: Non capisce l'italiano!

Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà



DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO A COPPIE SULLA SCHEDA 2

R: Tu vorresti dirgli che è la stessa somma di $92 + 51$, ma “è la stessa somma” non lo capirebbe! Come possiamo farglielo capire?

Seconda fase della discussione: focus sulla rappresentazione della proprietà commutativa

Vengono disegnate altre due piramidi



Simona: E' uguale!

Coro: E' uguale!

Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà



DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO A COPPIE SULLA SCHEDA 2

**R: Chi lo viene a scrivere?
Chi lo ha detto? Simona?
Vieni tu dai!**

Simona scrive alla lavagna:

$$51+92=92+51$$

Seconda fare della discussione: focus sulla rappresentazione della proprietà commutativa

Vengono disegnate altre due piramidi



Simona: E' uguale!

Coro: E' uguale!

Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà



DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO A COPPIE SULLA SCHEDA 2

**R: Quindi siete tutti
d'accordo con Simona?**

Simona scrive alla lavagna:

$$51+92=92+51$$

Seconda fare della discussione: focus sulla
rappresentazione della proprietà commutativa



Tutti gli alunni alzano la mano

Coro: Sì!

Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà



DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO A COPPIE SULLA SCHEDA 2

Seconda fase della discussione: focus sulla rappresentazione della proprietà commutativa

R: Quindi perché mettiamo l'uguale qua? Cosa vuol dire?



Simona scrive alla lavagna:

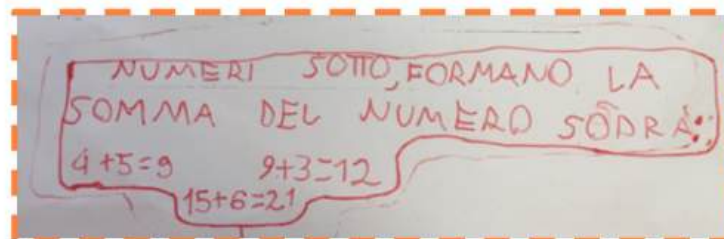
$$51+92=92+51$$

Coro: Vuol dire che fanno lo stesso risultato!

Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà



Questi due episodi mettono in evidenza **il ruolo chiave delle discussioni di classe** per stimolare i processi di verbalizzazione e argomentazione, necessari per la **costruzione collettiva dei significati**.



R: Se io volessi fare capire a Martjin quello che abbiamo detto noi finora, cioè che, se invertiamo i numeri alla base, nel mattoncino qui in alto il risultato è lo stesso ... Come potrei farglielo capire?

$$51+92=92+51$$

I NUMERI NELLA BASE DELLA PIRAMIDE, SOMMANDOLI, DANNO IL RISULTATO SCRITTO NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE

SE SOMMIAMO I NUMERI NELLA BASE DELLA PIRAMIDE, NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE CI SARA' IL RISULTATO

IL NUMERO NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE E' IL RISULTATO DELLA SOMMA DELLA BASE DELLA PIRAMIDE

IL NUMERO NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE E' IL RISULTATO DELLA SOMMA DEI NUMERI NELLA BASE DELLA PIRAMIDE

Esempio 3: supportare i processi di generalizzazione attraverso l'uso di rappresentazioni

Esempio 3: supportare i processi di generalizzazione attraverso l'uso di rappresentazioni

Da una sperimentazione condotta in una classe quinta primaria

Adattamento, in ottica FaSMEd, di un'attività tratta dall'unità ArAl "Successioni come funzioni"



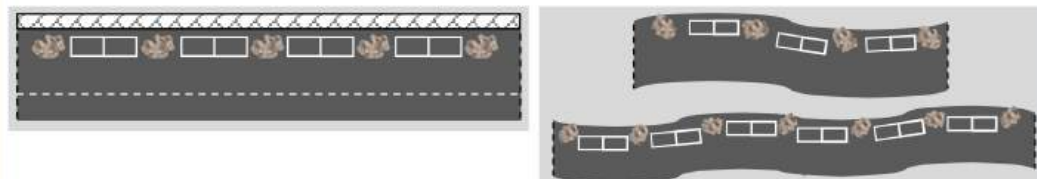
Scheda 1 – I parcheggi di Rivabella

Il consiglio comunale di Rivabella delibera di far costruire dei parcheggi. Il sindaco emana la seguente disposizione:

'I parcheggi saranno fatti in questo modo: in un'apposita corsia lungo un marciapiede si planteranno degli alberi. La distanza fra di essi dovrà essere tale che fra due alberi vicini ci sia posto per due macchine'.

Le strade hanno lunghezze diverse, e così ci saranno parcheggi con più o meno posti auto.

Ecco alcuni esempi:



Lungo un viale esistono già 37 platani posti alle giuste distanze.

Quanti posti auto è possibile inserire? Motiva la tua risposta.

Esempio 3: supportare i processi di generalizzazione attraverso l'uso di rappresentazioni

Da una sperimentazione condotta in una classe quinta primaria

Adattamento, in ottica FaSMEd, di un'attività tratta dall'unità ArAl "Successioni come funzioni"



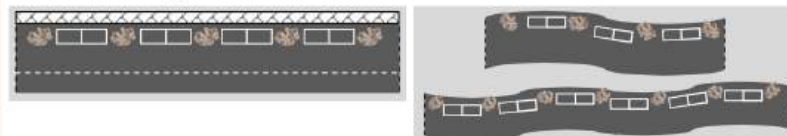
Scheda 1A - I parcheggi di Rivabella - **SCHEDA DI AIUTO**

Il consiglio comunale di Rivabella delibera di far costruire dei parcheggi. Il sindaco emana la seguente disposizione:

'I parcheggi saranno fatti in questo modo: in un'apposita corsia lungo un marciapiede si planteranno degli alberi. La distanza fra di essi dovrà essere tale che fra due alberi vicini ci sia posto per due macchine'.

Le strade hanno lunghezze diverse, e così ci saranno parcheggi con più o meno posti auto.

Ecco alcuni esempi:



Lungo un viale esistono già 37 platani posti alle giuste distanze.

Quanti posti auto è possibile inserire? Motiva la tua risposta.

AIUTO:

Costruisci una tabella per raccogliere i dati relativi al numero dei posti auto ed il numero dei platani negli esempi proposti sopra ed in altri esempi da te costruiti.

Numero dei platani	Numero dei posti auto
2	
3	
4	
5	
6	
7	

Ora riesci a vedere che relazione c'è tra il numero dei platani ed il numero dei posti auto?

Esempio 3: supportare i processi di generalizzazione attraverso l'uso di rappresentazioni

Da una sperimentazione condotta in una classe quinta primaria

Adattamento, in ottica FaSMEd, di un'attività tratta dall'unità ArAl "Successioni come funzioni"

MOMENTO DELLA DISCUSSIONE DEDICATO ALL'ANALISI DELLA RISPOSTA CHE UNA COPPIA DI ALUNNI HA FORNITO DOPO AVER UTILIZZATO LA SCHEDA DI AIUTO



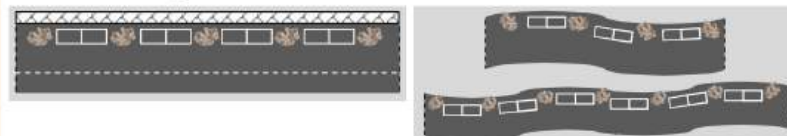
Scheda 1A - I parcheggi di Rivabella - SCHEDA DI AIUTO

Il consiglio comunale di Rivabella delibera di far costruire dei parcheggi. Il sindaco emana la seguente disposizione:

'I parcheggi saranno fatti in questo modo: in un'apposita corsia lungo un marciapiede si planteranno degli alberi. La distanza fra di essi dovrà essere tale che fra due alberi vicini ci sia posto per due macchine'.

Le strade hanno lunghezze diverse, e così ci saranno parcheggi con più o meno posti auto.

Ecco alcuni esempi:



Lungo un viale esistono già 37 platani posti alle giuste distanze.

Quanti posti auto è possibile inserire? Motiva la tua risposta.

AIUTO:

Costruisci una tabella per raccogliere i dati relativi al numero dei posti auto ed il numero dei platani negli esempi proposti sopra ed in altri esempi da te costruiti.

Numero dei platani	Numero dei posti auto
2	
3	
4	
5	
6	
7	

Ora riesci a vedere che relazione c'è tra il numero dei platani ed il numero dei posti auto?

Esempio 3: supportare i processi di generalizzazione attraverso l'uso di rappresentazioni

Da una sperimentazione condotta in una classe quinta primaria

Adattamento, in ottica FaSMEd, di un'attività tratta dall'unità ArAl "Successioni come funzioni"

MOMENTO DELLA DISCUSSIONE DEDICATO ALL'ANALISI DELLA RISPOSTA CHE UNA COPPIA DI ALUNNI HA FORNITO DOPO AVER UTILIZZATO LA SCHEDA DI AIUTO



La risposta, scritta da Chiara e Gabriele utilizzando la scheda di aiuto, viene mostrata alla LIM e letta

AIUTO:

Costruisci una tabella per raccogliere i dati relativi al numero dei posti auto ed il numero dei platani negli esempi proposti sopra ed in altri esempi da te costruiti.

Numero dei platani	Numero dei posti auto
2	2 posti auto
3	4 posti auto
4	6 posti auto
5	8 posti auto
6	10 posti auto
7	12 posti auto

Ora riesci a vedere che relazione c'è tra il numero dei platani ed il numero dei posti auto? Che si deve aggiungere sempre più 1 ai platani ($2+0=2$, $3+1=4$, $4+3=5$,...) dopo siamo arrivati ad aggiungere 35 a 37 così c'è venuto 72, che sono i posti che possono essere inseriti.

Esempio 3: supportare i processi di generalizzazione attraverso l'uso di rappresentazioni



Alcuni alunni dichiarano di non comprendere come gli autori della risposta abbiano dedotto che il corrispondente di 37 è $37+35$

La risposta, scritta da Chiara e Gabriele utilizzando la scheda di aiuto, viene mostrata alla LIM e letta

R: Secondo me è questo che non hanno capito bene gli altri, quindi spieghiamolo bene. Spiegate bene che cosa avete osservato dalla tabella. Loro, anziché usare i disegni degli alberi e dei parcheggi, hanno usato i dati della tabella. Era l'aiuto, quindi si sono messi a esplorare, a ragionare sulla tabella. Cosa avete notato dalla tabella?

AIUTO:

Costruisci una tabella per raccogliere i dati relativi al numero dei posti auto ed il numero dei platani negli esempi proposti sopra ed in altri esempi da te costruiti.

Numero dei platani	Numero dei posti auto
2	2 posti auto
3	4 posti auto
4	6 posti auto
5	8 posti auto
6	10 posti auto
7	12 posti auto

Ora riesci a vedere che relazione c'è tra il numero dei platani ed il numero dei posti auto? Che si deve aggiungere sempre più 1 ai platani ($2+0=2$, $3+1=4$, $4+3=5$,...) dopo siamo arrivati ad aggiungere 35 a 37 così c'è venuto 72, che sono i posti che possono essere inseriti.

Esempio 3: supportare i processi di generalizzazione attraverso l'uso di rappresentazioni

Alcuni alunni dichiarano di non comprendere come gli autori della risposta abbiano dedotto che il corrispondente di 37 è $37+35$

R: Secondo me è questo che non hanno capito bene gli altri, quindi spieghiamolo bene. Spiegate bene che cosa avete osservato dalla tabella. Loro, anziché usare i disegni degli alberi e dei parcheggi, hanno usato i dati della tabella. Era l'aiuto, quindi si sono messi a esplorare, a ragionare sulla tabella. Cosa avete notato dalla tabella?



Chiara: Prima di tutto la domanda: la "relazione".

AIUTO:

Costruisci una tabella per raccogliere i dati relativi al numero dei posti auto ed il numero dei platani negli esempi proposti sopra ed in altri esempi da te costruiti.

Numero dei platani	Numero dei posti auto
2	2 posti auto
3	4 posti auto
4	6 posti auto
5	8 posti auto
6	10 posti auto
7	12 posti auto

Ora riesci a vedere che relazione c'è tra il numero dei platani ed il numero dei posti auto? Che si deve aggiungere sempre più 1 ai platani ($2+0=2$, $3+1=4$, $4+3=5$, ...) dopo siamo arrivati ad aggiungere 35 a 37 così c'è venuto 72, che sono i posti che possono essere inseriti.

Esempio 3: supportare i processi di generalizzazione attraverso l'uso di rappresentazioni

Alcuni alunni dichiarano di non comprendere come gli autori della risposta abbiano dedotto che il corrispondente di 37 è $37+35$

Insegnante: Quindi avete cercato la relazione?



Chiara: Prima di tutto la relazione

Chiara: Dalla tabella.

AIUTO:

Costruisci una tabella per raccogliere i dati relativi al numero dei posti auto ed il numero dei platani negli esempi proposti sopra ed in altri esempi da te costruiti.

Numero dei platani	Numero dei posti auto
2	2 posti auto
3	4 posti auto
4	6 posti auto
5	8 posti auto
6	10 posti auto
7	12 posti auto

Ora riesci a vedere che relazione c'è tra il numero dei platani ed il numero dei posti auto? Che si deve aggiungere sempre più 1 ai platani ($2+0=2$, $3+1=4$, $4+3=5$, ...) dopo siamo arrivati ad aggiungere 35 a 37 così c'è venuto 72, che sono i posti che possono essere inseriti.

Esempio 3: supportare i processi di generalizzazione attraverso l'uso di rappresentazioni

Alcuni alunni dichiarano di non comprendere come gli autori della risposta abbiano dedotto che il corrispondente di 37 è $37+35$

R: Come avete capito che il numero dei platani è $37+35$?



Chiara e Gabriele spiegano che, per trovare quale addendo aggiungere a 37, hanno aggiunto righe nella tabella fino ad arrivare alla riga contenente 37 nella prima colonna.

Chiara: Dalla tabella.

AIUTO:

Costruisci una tabella per raccogliere i dati relativi al numero dei posti auto ed il numero dei platani negli esempi proposti sopra ed in altri esempi da te costruiti.

Numero dei platani	Numero dei posti auto
2	2 posti auto
3	4 posti auto
4	6 posti auto
5	8 posti auto
6	10 posti auto
7	12 posti auto

Ora riesci a vedere che relazione c'è tra il numero dei platani ed il numero dei posti auto? Che si deve aggiungere sempre più 1 ai platani ($2+0=2$, $3+1=4$, $4+3=5$, ...) dopo siamo arrivati ad aggiungere 35 a 37 così c'è venuto 72, che sono i posti che possono essere inseriti.

Esempio 3: supportare i processi di generalizzazione attraverso l'uso di rappresentazioni



*Mentre Chiara e Gabriele esplicitano le osservazioni fatte, R, attraverso il supporto del **diagramma sagittale**, esplicita il processo di ragionamento dei due alunni in modo che possa essere condiviso.*

R: Quindi sono andati avanti, ogni volta aggiungendo 1 ...e hanno trovato il 35. Posso dire che come metodo è un po' faticoso... Se qua vi avessi detto "ci sono 1500 platani"?

Gli alunni ridono.

2	$\xrightarrow{+0}$	2
3	$\xrightarrow{+1}$	4
4	$\xrightarrow{+2}$	6
5	$\xrightarrow{+3}$	8
6	$\xrightarrow{+4}$	10
7	$\xrightarrow{+5}$	12
37	$\xrightarrow{?}$	

Esempio 3: supportare i processi di generalizzazione attraverso l'uso di rappresentazioni

*Mentre Chiara e Gabriele esplicitano le osservazioni fatte, R, attraverso il supporto del **diagramma sagittale**, esplicita il processo di ragionamento dei due alunni in modo che possa essere condiviso.*

R: In poche parole dobbiamo capire se c'è una relazione tra questo numero qua, quello a sinistra, ed il numero sulla freccia.

Valeria: Si può fare. Da 2 a 0 è -2

2	$\xrightarrow{+0}$	2
3	$\xrightarrow{+1}$	4
4	$\xrightarrow{+2}$	6
5	$\xrightarrow{+3}$	8
6	$\xrightarrow{+4}$	10
7	$\xrightarrow{+5}$	12
37	$\xrightarrow{?}$	

Esempio 3: supportare i processi di generalizzazione attraverso l'uso di rappresentazioni

*Mentre Chiara e Gabriele esplicitano le osservazioni fatte, R, attraverso il supporto del **diagramma sagittale**, esplicita il processo di ragionamento dei due alunni in modo che possa essere condiviso.*

R: In poche parole dobbiamo capire se c'è una relazione tra questo numero qua, quello a sinistra, ed il numero sulla freccia.

Matteo: è sempre -2

Valeria: Anche 4-2 fa 2, 5-2 fa 3, 6-2 fa 4, 7-2 fa 5 ... 37-2 fa 35.

2	$\xrightarrow{+0}$	2
3	$\xrightarrow{+1}$	4
4	$\xrightarrow{+2}$	6
5	$\xrightarrow{+3}$	8
6	$\xrightarrow{+4}$	10
7	$\xrightarrow{+5}$	12
37	$\xrightarrow{?}$	

Esempio 3: supportare i processi di generalizzazione attraverso l'uso di rappresentazioni

R: A Valeria è venuta un'idea. Proviamo a generalizzare. Aniché costruire tutti i casi, proviamo a vedere che relazione c'è tra questo numero qua (indica quelli a sinistra) e quello che gli devo aggiungere (indica i numeri sulla freccia). Lei cos'ha notato? "Il numero che aggiungo"da cosa è dato? Prova a ridirlo. 0 è ...?

Matteo: è
sempre -2

Valeria: Anche 4-2 fa 2,
5-2 fa 3, 6-2 fa 4, 7-2 fa 5 ...
37-2 fa 35.

2	$\xrightarrow{+0}$	2
3	$\xrightarrow{+1}$	4
4	$\xrightarrow{+2}$	6
5	$\xrightarrow{+3}$	8
6	$\xrightarrow{+4}$	10
7	$\xrightarrow{+5}$	12
37	$\xrightarrow{?}$	

Esempio 3: supportare i processi di generalizzazione attraverso l'uso di rappresentazioni

R, facendosi guidare dalla classe, identifica rappresentazioni non canoniche dei numeri sulle frecce che consentono di evidenziare la relazione con i numeri della fila di sinistra.

R: Quindi ho bisogno di fare tutti gli esempi o adesso ho capito che cosa mettere al posto di questo punto interrogativo?

Coro: 37-2 !

2	$\xrightarrow{+2-2}$	2
3	$\xrightarrow{+3-2}$	4
4	$\xrightarrow{+4-2}$	6
5	$\xrightarrow{+5-2}$	8
6	$\xrightarrow{+6-2}$	10
7	$\xrightarrow{+7-2}$	12
37	$\xrightarrow{+37-2}$	72

Esempio 3: supportare i processi di generalizzazione attraverso l'uso di rappresentazioni



Questo esempio evidenzia il **ruolo chiave di alcuni interventi di R** nel supportare i processi di generalizzazione attraverso l'uso della rappresentazione sagittale.

STIMOLA CHIARA E GABRIELE AD ESPLICITARE SIA COME SI SONO SERVITI DELL'AIUTO RICEVUTO, SIA LA STRATEGIE CHE LI HA CONDOTTI ALLA DETERMINAZIONE DELLA RELAZIONE RICHIESTA

ATTRAVERSO IL SUPPORTO DEL DIAGRAMMA SAGITTALE, **ESPLICITA IL PROCESSO DI RAGIONAMENTO** DI CHIARA E GABRIELE IN MODO CHE POSSA ESSERE CONDIVISO

SI SERVE DI STRUMENTI DI RAPPRESENTAZIONE CHE POSSANO SUPPORTARE I PROCESSI DI GENERALIZZAZIONE **STIMOLANDO LA RICERCA DI UNA STRATEGIA EFFICACE** DI APPROCCIO AL PROBLEMA

RIFORMULA IL RAGIONAMENTO PROPOSTO DA VALERIA, SERVENDOSI DELLA RAPPRESENTAZIONE DAGITTALE, AFFINCHÉ LA **GENERALIZZAZIONE** CHE VALERIA HA FATTO **SIA ESPLICITATA E CONDIVISA**

Una riflessione conclusiva: i ruoli chiave che il docente svolge nella gestione delle discussioni di classe (Cusi, 2017, 2020):

- Si pone come **parte del gruppo** classe in un'attività collettiva di **ricerca**; **non commenta** le risposte degli studenti senza prima aver dato loro **l'opportunità di riflettere** e di **condividere le proprie riflessioni**;
- **Stimola l'esplicitazione dei processi di pensiero** per **rendere visibile** sia il **proprio pensiero** che **quello degli studenti**;
- Pone domande mirate a stimolare una **continua interpretazione delle rappresentazioni costruite**;
- **Favorisce l'attivazione di processi metacognitivi, stimolando la riflessione** sulle strategie attivate, sul confronto tra strategie, sul senso dell'attività in cui gli studenti sono stati coinvolti...



Grazie!

Riferimenti bibliografici

- Cai, J., & Knuth, E. (Eds.) (2011). *Early Algebraization. A Global Dialog from Multiple Perspectives*. Springer.
- Cusi, A. (2017). Il ruolo dell'insegnante nell'ambito di una didattica dell'algebra come strumento per ragionare: lenti teoriche per l'analisi. *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, 40 A-B (2), 157-180.
- Cusi, A. (2020). L'argomentazione riflessiva come strumento a supporto dei processi di valutazione formativa: il ruolo fondamentale del docente. *Didattica della matematica. Dalla ricerca alle pratiche d'aula*, 8, 9-27.
- Cusi, A., Morselli, F., & Sabena, C. (2017). Promuovere strategie di valutazione formativa in Matematica con le nuove tecnologie: l'esperienza del progetto FaSMEd. *Annali online della Didattica e della Formazione Docente*, Vol. 9, n. 14/2017, pp. 91-107.
- Kaput, J.J., Carraher, D.W., & Blanton, M.L. (Eds.). (2008). *Algebra in the Early Grades* (1st ed.). Routledge.
- Malara, N.A., & Navarra, G. (2024). *Quadro Teorico e Glossario del Progetto ArAl*. Sintab Edizioni.
- Malara, N.A., Navarra, G., & Sini, S. (2012). *Successioni come funzioni. Loro esplorazioni attraverso differenti registri di rappresentazione. Per la Scuola elementare e media*. Pitagora ed.
- Navarra, G., & Giacomini, A. (2024). *Unità 5 Le Piramidi di Numeri* (Revisione scientifica a cura di Nicolina A. Malara). Sintab Edizioni.
- Navarra, G., & Giacomini, A. (2003). *Unità 2. Rappresentazioni del numero: le mascherine e il domino*. Pitagora ed.