

Le frazioni in PerContare: dall'intero come oggetto all'intero come unità di misura

Alessandro Ramploud e Silvia Funghi

Esempio Benny

Questo esempio mostra:

Che Benny si è costruito delle strategie risolutive: ogni volta che osserviamo un errore da parte dei bambini, ci stanno offrendo degli elementi che indicano l'attivazione di un qualche tipo di strategia (anche quando rispondono a caso)

Che i problemi a risposta chiusa, quando non accompagnati da ulteriori richieste di spiegazione e/o argomentazione, possono generare nelle bambine e nei bambini la ricerca della «risposta corretta» e del «prodotto» che immaginano sia loro richiesto e non un'attenzione al processo o ai «perché»; possono inoltre «mascherare» misconcezioni

Che se le «regole» e le procedure non sono sostenute da una opportuna costruzione di significati matematici, per i bambini diventa impossibile distinguere una procedura con significato da una procedura senza significato

Che i bambini possono spesso applicare sistematicamente procedure interpretate male, piuttosto che sbagliare occasionalmente procedure corrette

Questo esempio mostra:

Esempio B

Nell'approccio proposto da PerContare la richiesta di spiegare e argomentare è sempre presente, anche quando la risposta è (apparentemente) coerente con quella che ci aspettiamo

Che Benny si è costruito delle strategie risolutive: ogni volta che offrendo degli elementi che indicano l'attivazione di un qualche tipo di strategia (quando rispondono a caso)

Che i problemi a risposta chiusa, quando non accompagnati da ulteriori richieste di spiegazione e/o argomentazione, possono generare nelle bambine e nei bambini la ricerca della «risposta corretta» e del «prodotto» che immaginano sia loro richiesto e non un'attenzione al processo o ai «perché»; possono inoltre «mascherare» misconcezioni

«[...] per valutare la risoluzione di un problema dobbiamo avere informazioni sia sui **processi attivati** (quindi è necessaria la spiegazione) sia **valutare le giustificazioni delle scelte fatte** (quindi la vera e propria argomentazione).»



Esempio Benny

Questo esempio mostra:

Che Benny si è costruito delle strategie risolutive: oggi offrendo degli elementi che indicano l'attivazione di...

Che i problemi a risposta chiusa, quando non adeguatamente supportati, possono generare nelle bambine e nei bambini... loro richiesto e non un'attenzione al processo o ai «perché»... inoltre «mascherare» misconcezioni

Che se le «regole» e le procedure non sono sostenute da una opportuna costruzione di significati matematici, per i bambini diventa impossibile distinguere una procedura con significato da una procedura senza significato

Che i bambini possono spesso applicare sistematicamente procedure interpretate male, piuttosto che sbagliare occasionalmente procedure corrette

Nell'approccio proposto da PerContare gli artefatti sono pensati proprio come mezzi per permettere ai bambini di costruire il senso di certi significati matematici, a cui possano fare riferimento per tutta la loro formazione matematica successiva

Esempio Benny

Questo esempio mostra:

Che Benny si è costruito delle strategie risolutive: ogni volta che osserviamo un errore da parte dei bambini, ci stanno offrendo degli elementi che indicano l'attivazione di un qualche tipo di strategia (anche quando rispondono a caso)

Che i problemi a risposta chiusa, quando non accolti, possono generare nelle bambine e nei bambini la sensazione di non aver dato la risposta loro richiesto e non un'attenzione al processo o al risultato

Che se le «regole» e le procedure non sono sostenute, per i bambini diventa impossibile distinguere una procedura con significato da una procedura senza significato

Che i bambini possono spesso applicare sistematicamente procedure interpretate male, piuttosto che sbagliare occasionalmente procedure corrette

Nell'approccio proposto da PerContare è sempre possibile tornare ad uno o più artefatti per tornare a riflettere sul senso delle procedure in contesti significativi, quando necessario

Esempio Lisa e Emily

Questo esempio mostra:

Che Lisa ed Emily mettono in atto «spontaneamente» delle interpretazioni non convenzionali: ogni volta che osserviamo un errore da parte degli studenti, ci stanno offrendo degli elementi che ci possono permettere di capire come stanno interpretando

Il comportamento di un singolo studente può dipendere di volta in volta da interpretazioni diverse della stessa rappresentazione

Non è detto che rappresentazioni convenzionali o «semplici» garantiscano accessibilità per tutti ad un certo significato matematico

Non sempre basta «spiegare» per ottenere un cambiamento (e soprattutto per assicurarsi la comprensione), anche se la spiegazione è stata fatta a monte

Esempio 1

Questo esempio mostra:

Che Lisa ed Emily mettono in atto «spontaneamente» errore da parte degli studenti, ci stanno offrendo degli interpretando

Nell'approccio proposto da PerContare è sempre possibile tornare ad uno o più artefatti per tornare a riflettere sul senso delle procedure in contesti significativi, quando necessario

Il comportamento di un singolo studente può dipendere di volta in volta da interpretazioni diverse della stessa rappresentazione

Non è detto che rappresentazioni convenzionali o «semplici» garantiscano accessibilità per tutti ad un certo significato matematico

Non sempre basta «spiegare» per ottenere un cambiamento (e soprattutto per assicurarsi la comprensione), anche se la spiegazione è stata fatta a monte

Esempio Lisa e Emily

Questo esempio mostra:

Che Lisa ed Emily mettono in atto «spontaneamente» un errore da parte degli studenti, ci stanno offrendo o interpretando

Il comportamento di un singolo studente può rappresentare

Non è detto che rappresentazioni convenzionali o «semplici» garantiscano accessibilità per tutti ad un certo significato matematico

Non sempre basta «spiegare» per ottenere un cambiamento (e soprattutto per assicurarsi la comprensione), anche se la spiegazione è stata fatta a monte

Nell'approccio di PerContare sono proposte alcune rappresentazioni, ma sottolineiamo che è dal confronto di più rappresentazioni di concetti matematici che emerge la complessità dei significati

Differenti significati di frazione

Frazioni come parte-tutto

«Di 4 parti dell'intero, 3»



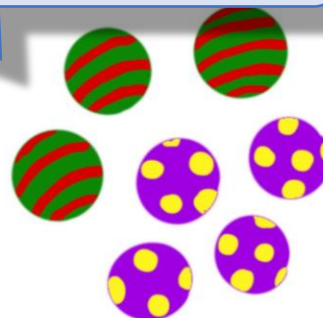
«20 è il mio intero di riferimento»

$\frac{3}{4}$ di 20

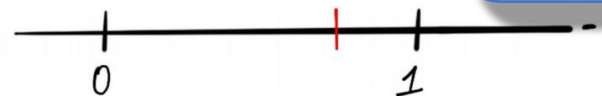
Operatore

«in rapporto di 3 a 4»

Quanto



Frazioni come punto su



«la tacca misteriosa corrisponde alla frazione

$\frac{3}{4}$ □»

«Ciascun bambino riceve $\frac{3}{4}$ di pizza»



Esempio Lisa e Emily

Questo esempio mostra:

Che Lisa ed Emily mettono in atto «spontaneamente» delle interpretazioni non convenzionali: ogni volta che osserviamo un errore da parte degli studenti, ci stanno offrendo degli elementi che ci possono permettere di capire come stanno interpretando

Il comportamento di un singolo studente può essere una rappresentazione

Non è detto che rappresentazioni convenzionali corrispondano al significato matematico

Non sempre basta «spiegare» per ottenere un cambiamento (e soprattutto per assicurarsi la comprensione), anche se la spiegazione è stata fatta a monte

Nell'approccio proposto da PerContare cerchiamo sempre di contestualizzare i concetti matematici in situazioni problematiche, nelle quali è fondamentale la «manipolazione». L'intento è quindi sempre quello di far scoprire/costruire agli studenti i significati, per giungere solo in un secondo momento alla formalizzazione dei testi matematici

Sulle criticità delle rappresentazioni delle frazioni

Webinar
Riconessioni
21 Giugno
2021
<https://www.percontare.it/>



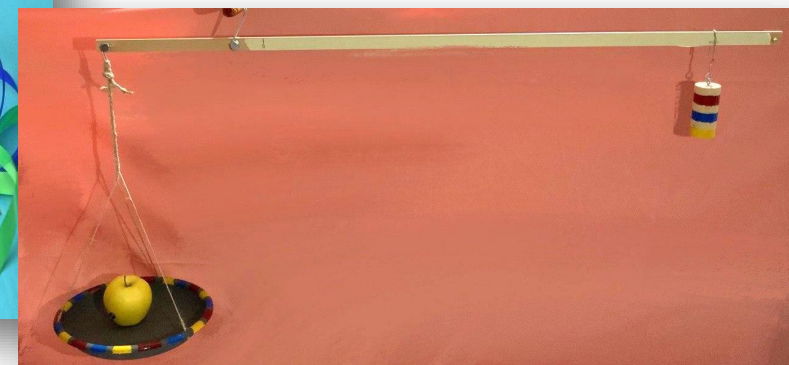
Difficoltà del significato delle frazioni come parte-tutto



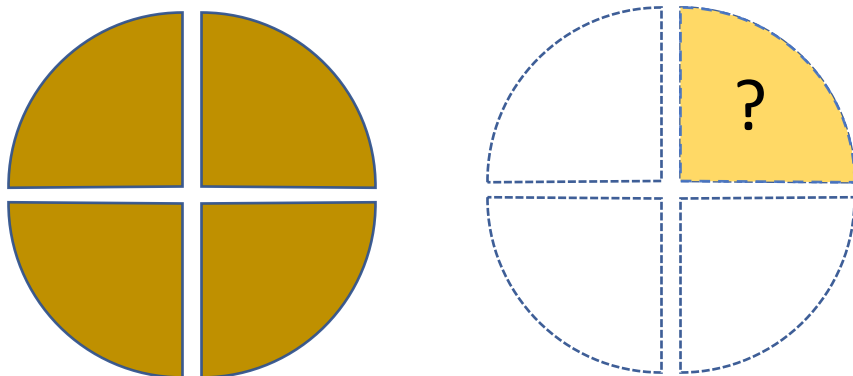
*Presentazione iniziale di oggetti che **privilegiano una dimensione rispetto alle altre***



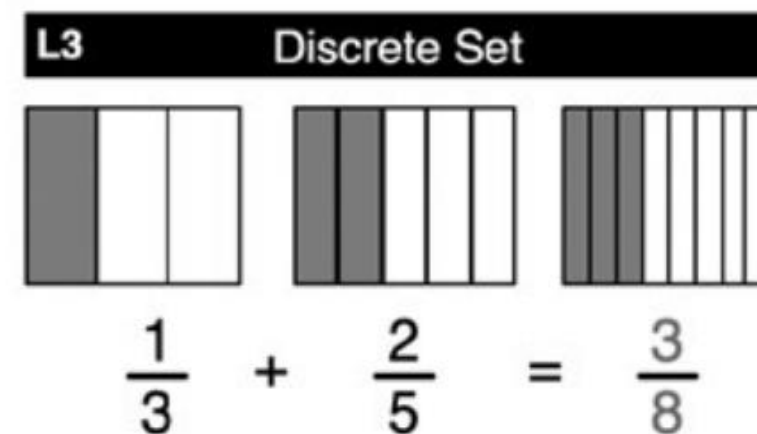
Webinar
Riconessioni
23 Giugno
2021
<https://www.percontare.it/>



«La linea ha sì un intero di riferimento che aiuta a definire la singola unità frazionaria, ma rimane aperta, in modo “naturale” ad essere prolungata “aggiungendo tutte le unità frazionarie che vogliamo”, intero dopo intero (a differenza di interi che per loro natura sono finiti, come una figura, una pizza, una torta etc....)».

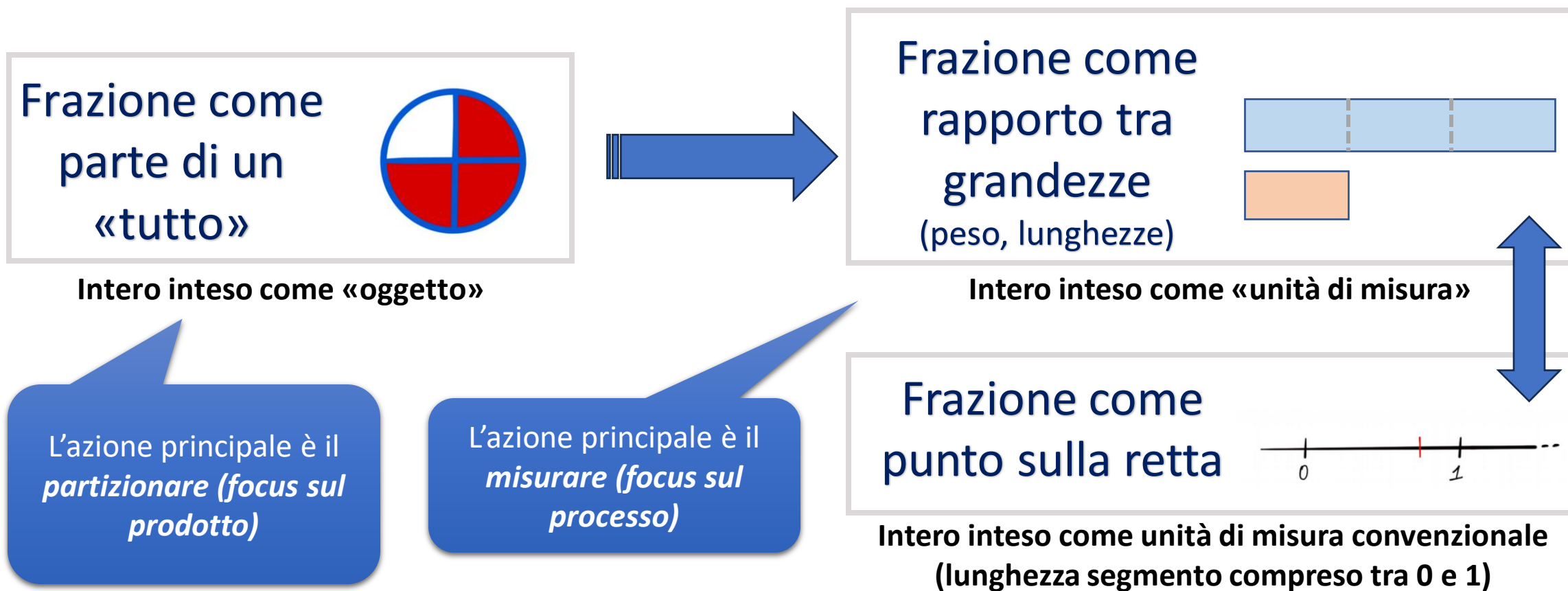


*"Dividiamo l'intero in 4 parti
e prendiamone 5"*

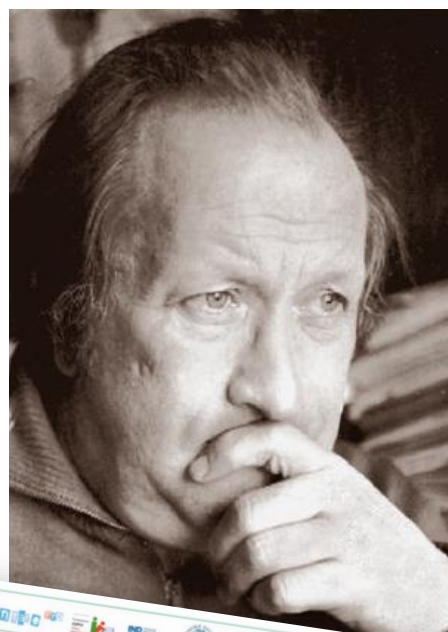


Lewis, K. E. (2014). Difference not deficit: Reconceptualizing mathematical learning disabilities. *Journal for Research in Mathematics Education*, 45(3), 351-396.

Sulle criticità delle rappresentazioni delle frazioni



Frazione come rapporto



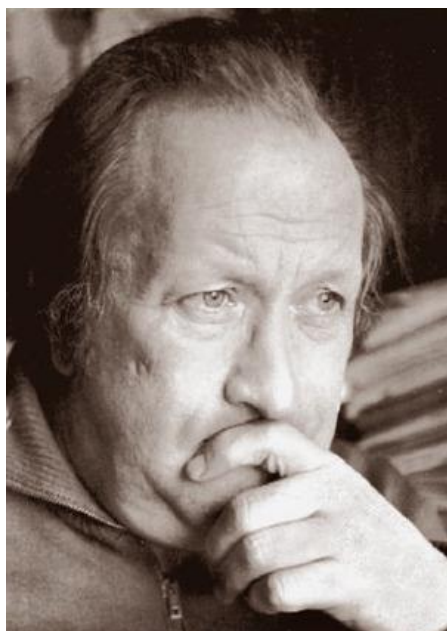
Davydov propone un **Curriculum ED**, progettato e sperimentato in Russia negli anni Sessanta/Settanta, per la scuola primaria:

- Introdurre prima i **concetti generali** e poi passare alla **descrizione dei casi particolari**
- Nell'ambito della didattica della matematica evidenzia la necessità di introdurre un'**idea di numero che riesca a includere sia numeri naturali che frazioni** (... e anche i numeri reali)



Intervento della prof.ssa Maria Mellone Webinar del progetto PerContare del 16/11/23
(<https://youtu.be/Mwb1dYFyGjc>)

Frazione come rapporto



Introduce quindi l'idea del **numero «come misura»**.

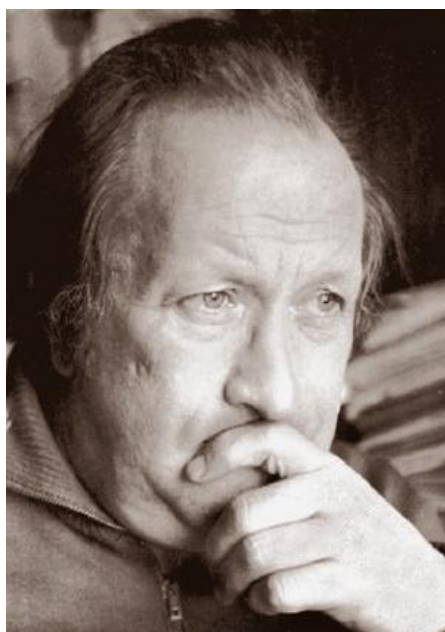
La **quantità** è una caratteristica che rende confrontabili gli elementi di un insieme.

- Una quantità di riferimento viene scelta come **unità di misura** e indicata con una **lettera**.
- I **numeri** vengono introdotti attraverso il **rapporto tra la quantità da misurare e l'unità di misura**.

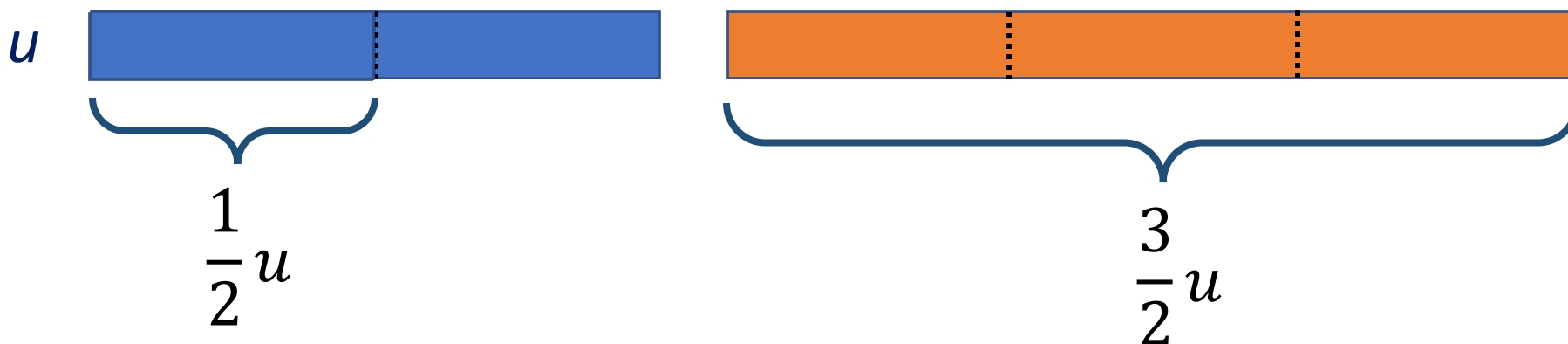


Dal numero per contare al **numero per misurare**

Frazione come rapporto

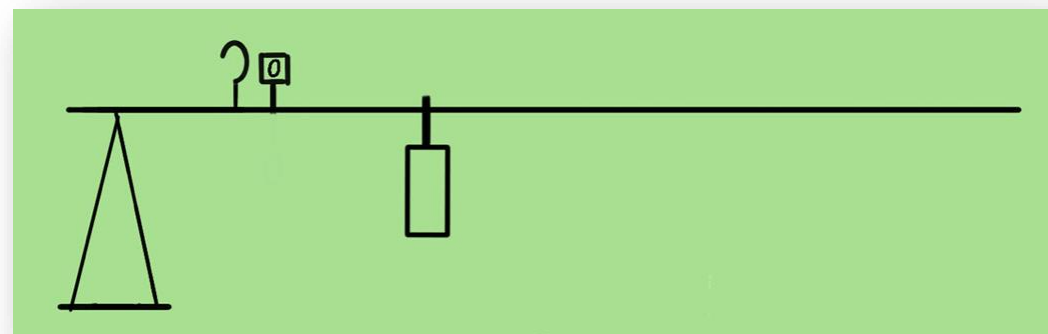


Le frazioni vengono introdotte come la **misura di una quantità che è multiplo di una *parte*** dell'unità di misura scelta. L'***intero*** è l'unità di misura.

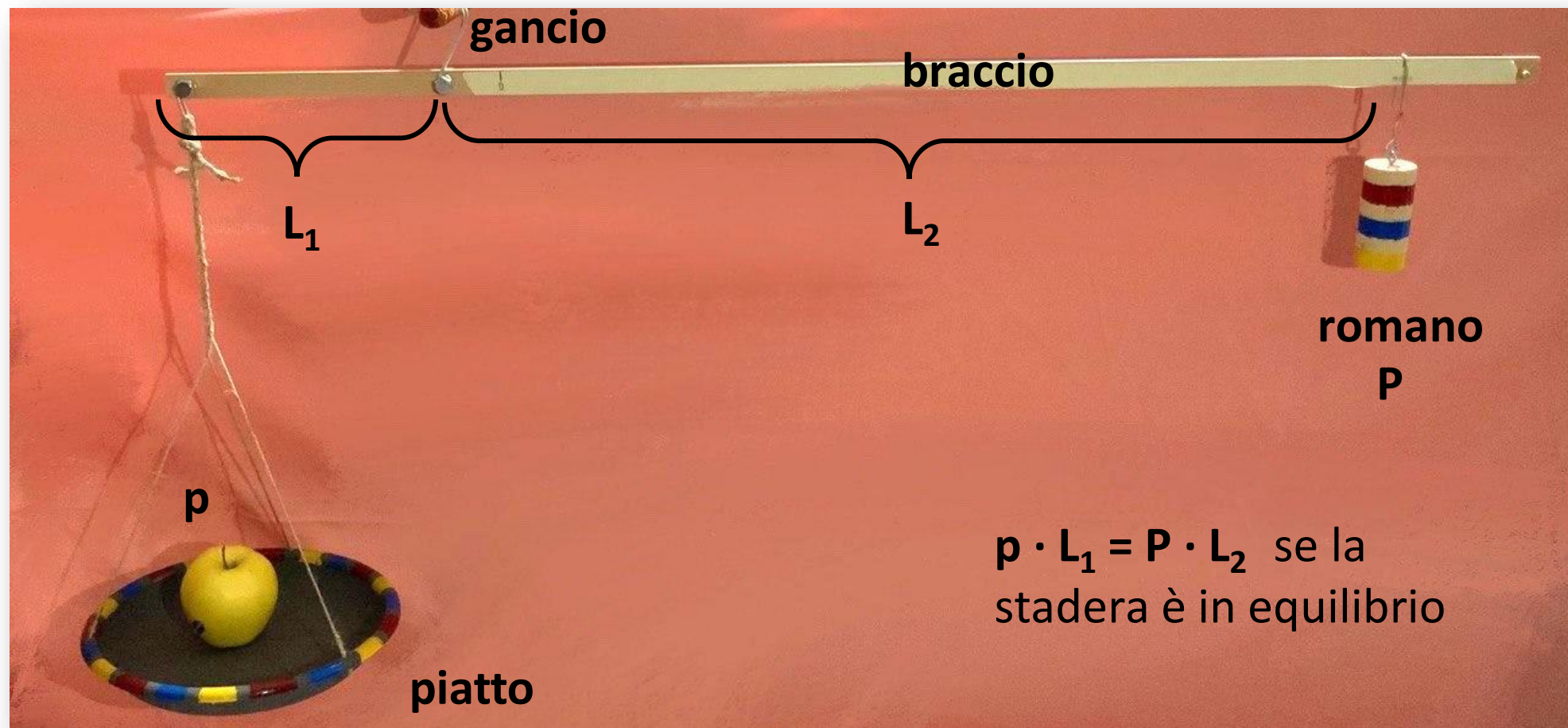


Questo approccio richiama proprio il significato di frazione come **rapporto tra due grandezze**:
il rapporto tra la striscia blu e quella arancione è dato proprio dalla frazione $\frac{3}{2}$ 47

Le frazioni con la stadera



Le frazioni con la stadera



Le frazioni con la stadera

Fase Preliminare

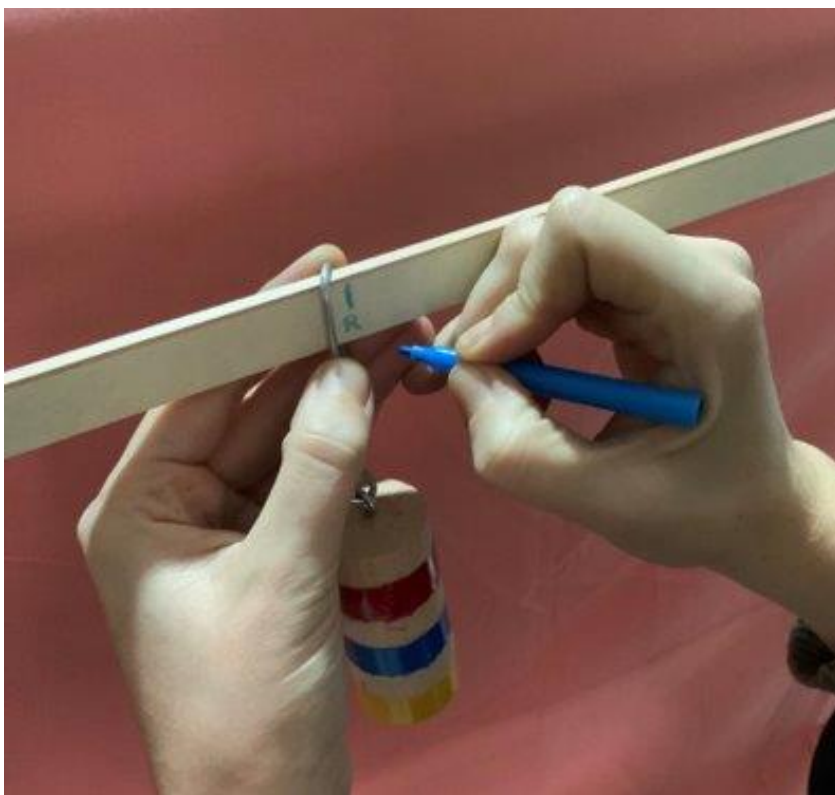
L'insegnante propone alla classe di mettere in funzione la stadera per poi pesare alcuni oggetti. Fino a questo momento la stadera presente in classe, **non ha lo zero** sul braccio e il romano si trova in una posizione casuale.



L'insegnante chiede ai bambini se hanno idee su come fare per rendere funzionante la stadera. L'insegnante guida la discussione perché emerga la necessità di **mettere la tacca dello zero sul braccio**.

Dovrà essere chiaro che il punto zero deve essere trovato in modo che **il braccio sia in equilibrio orizzontale quando il piatto è vuoto**.

Le frazioni con la stadera



Lancio

L'insegnante propone alla classe di pesare un sacchetto di riso, il cui peso verrà indicato con la lettera **R** sul braccio della stadera.

Le frazioni con la stadera

Attenzione!

La stadera non viene usata tanto come strumento per pesare, quanto per ragionare sul **rapporto** tra pesi di diversi oggetti e come strumento che consente di manipolare frazioni come **tacche su una linea**:

il funzionamento della stadera (posizionamento del romano sul braccio) riflette questi rapporti, trasponendoli come frazioni lungo una linea (**linearizzazione delle frazioni**)



Le frazioni con la stadera

Consegna

“Oggi voi non lavorerete con il riso, ma con altri legumi o cereali.

Con il farro (ceci, lenticchie, ecc..) che avete a disposizione dovete fare dei sacchetti che pesano la metà di **R**.

Provate a essere più precisi possibile. Potete usare la stadera, ma il sacchetto di riso deve restare sulla cattedra.”

Le frazioni con la stadera

Consegna

“Oggi voi non lavorerete con il riso, ma con altri legumi o cereali.

Con il farro (ceci, lenticchie, ecc..) che avete a disposizione dovete fare dei sacchetti che pesano **la metà di R.**

Provate a essere più precisi possibile. Potete usare la stadera, ma il sacchetto di riso deve restare sulla cattedra.”

Ragioniamo fin da subito sulla
«metà» intesa come **rapporto 1:2**
fra **oggetti diversi**

Le frazioni con la stadera

Esplorazione

Ci sono due strategie fondamentali che potrebbero emergere in questa attività:

- Preparare un sacchetto che pesa quanto **R** e poi dividerlo in due sacchetti che pesano entrambi la metà di **R** (pesando le due parti in modo che il romano si trovi sullo stesso punto del braccio)



Le frazioni con la stadera

Esplorazione

Ci sono due strategie fondamentali che potrebbero emergere in questa attività:

- Preparare un sacchetto che pesa quanto **R** e poi dividerlo in due sacchetti che pesano entrambi la metà di **R** (pesando le due parti in modo che il romano si trovi sullo stesso punto del braccio)

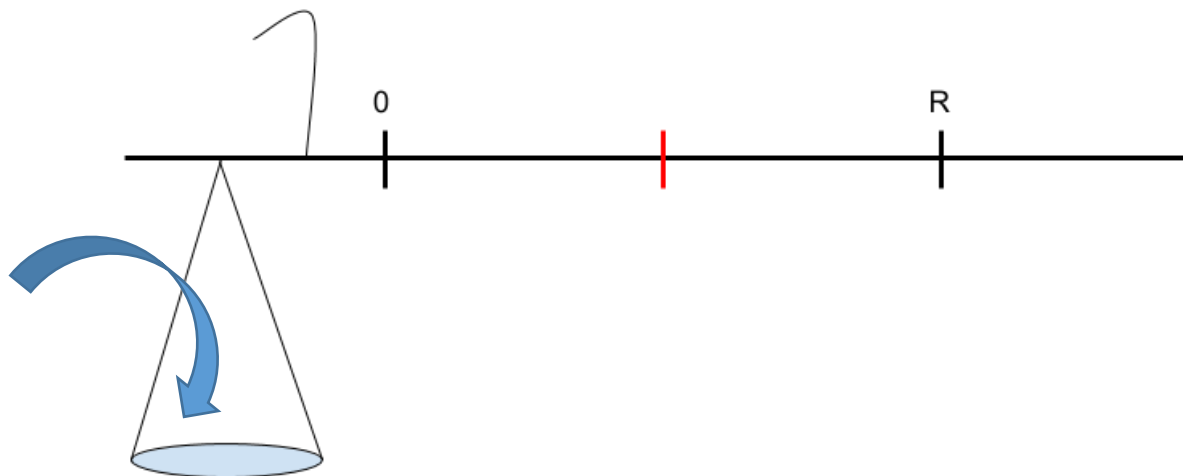
I bambini che usano questo tipo di strategia stanno sfruttando il **rapporto 1:1** tra il peso dei due sacchetti più piccoli ottenuti dal sacchetto di peso **R**

Le frazioni con la stadera

Esplorazione

Ci sono due strategie fondamentali che potrebbero emergere in questa attività:

- Riconoscere che il peso che si ottiene dividendo il peso **R** in due parti uguali corrisponde a metà della distanza di **R** dallo zero sul braccio della stadera; posizionare lì il romano e poi procedere con pesate successive a preparare un sacchetto che pesa la metà di **R**



Le frazioni con la stadera

Esplorazione

Ci sono due strategie fondamentali che potrebbero emergere in questa attività:

- Riconoscere che il peso che si ottiene dividendo il peso **R** in due parti uguali corrisponde a metà della distanza di **R** dallo zero sul braccio della stadera; posizionare lì il romano e poi procedere con pesate successive a preparare un sacchetto che pesa la metà di **R**

I bambini che usano questo tipo di strategia stanno sfruttando (talvolta inconsapevolmente) il **rapporto 1:2 tra la lunghezza del segmento da 0 a R e la lunghezza da 0 al romano** per «costruire» un sacchetto che pesa la metà del peso R (passano da rapporto tra lunghezze a rapporto tra pesi)

Le frazioni con la stadera

Osservazioni

- Le grandezze in gioco sono il **peso** e la **lunghezza**

evitando misconcezioni relative a congruenza o equiestensione delle parti rispetto all'intero

Le frazioni con la stadera

Osservazioni

- Le grandezze in gioco sono il **peso** e la **lunghezza**
- L'**unità di misura** è rappresentata dal peso di uno specifico sacchetto di riso; gli studenti ottengono le frazioni utilizzando **altri materiali**, quindi $\frac{1}{2} \mathbf{R}$ non ha più una relazione con il sacchetto di riso, ma **solo con il suo peso**.

le frazioni non sono viste come «parti uguali» di un oggetto, ma sono altre quantità il cui peso sta in un certo rapporto con il peso-unità di misura (distinzione tra il sacchetto di riso come oggetto e un suo aspetto specifico considerato, il suo peso)

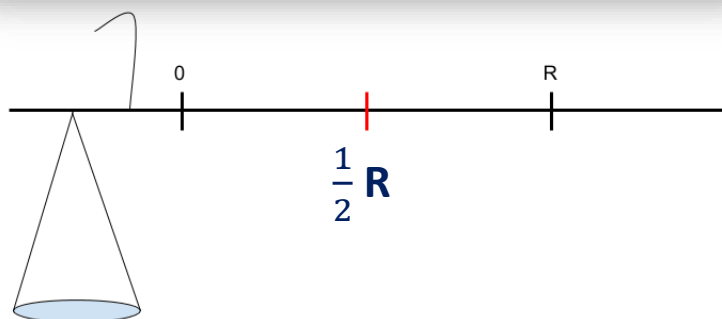
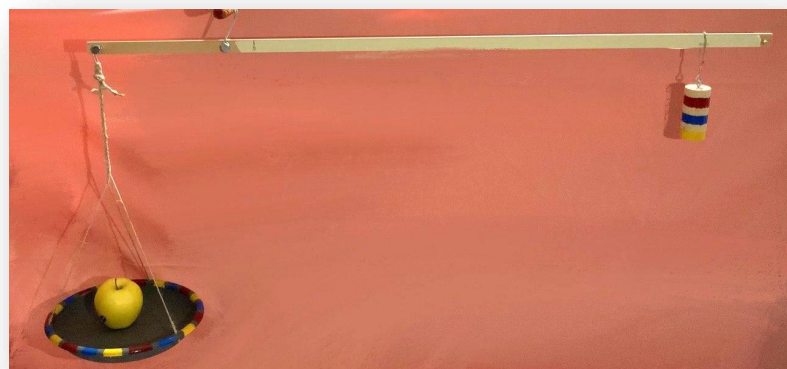
Le frazioni con la stadera

Osservazioni

- Le grandezze in gioco sono il **peso** e la **lunghezza**
- L'**unità di misura** è rappresentata dal peso di uno specifico sacchetto di riso; gli studenti ottengono le frazioni utilizzando **altri materiali**, quindi $\frac{1}{2} \mathbf{R}$ non ha più una relazione con il sacchetto di riso, ma **solo con il suo peso**.
- Emerge una relazione tra la **frazione come parte-tutto** della quantità peso e il **posizionamento della frazione sulla retta** attraverso il posizionamento della tacca sul braccio della stadera.

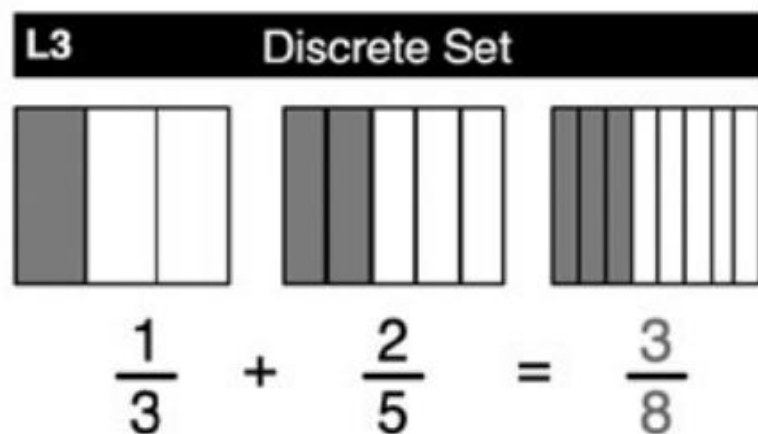
Passaggio da frazione come rapporto a frazione come punto su una retta

Le frazioni con la stadera

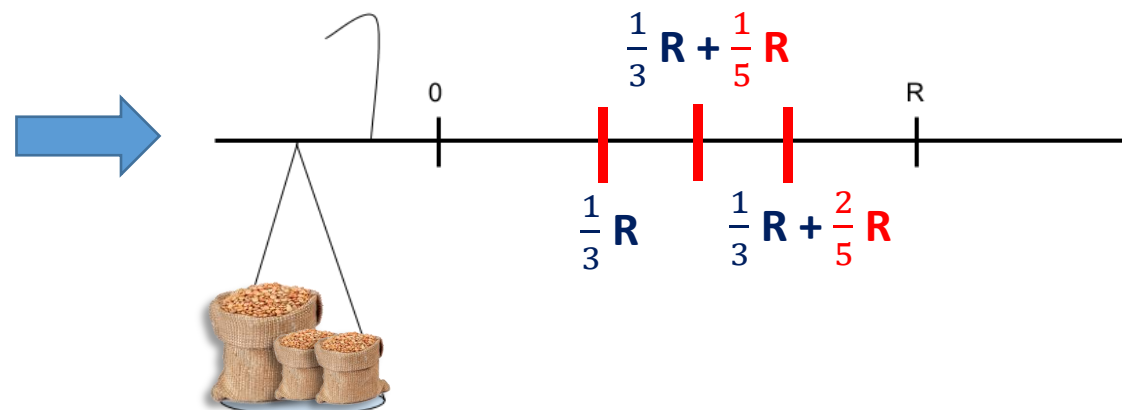


- Molto importante è il passaggio dalla manipolazione dell'artefatto alla rappresentazione che simula la stadera (**rappresentazione situata**), e successivamente la transizione al posizionamento sulla linea dei numeri
- La frazione diventa il *numero* posizionato sulla retta

Le frazioni con la stadera

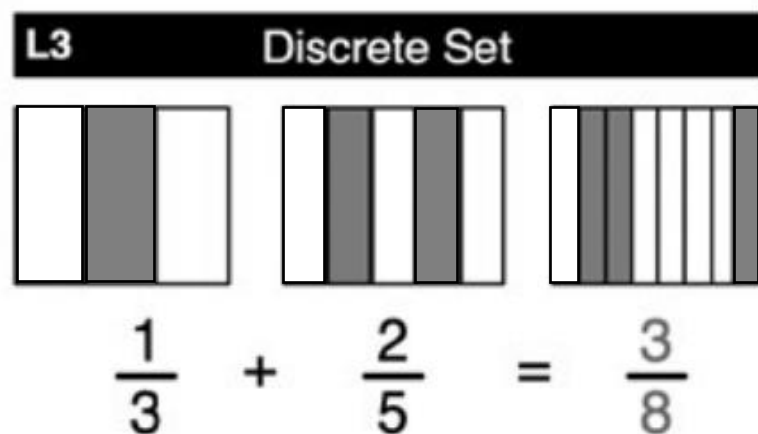


Vedo le «parti» solo rispetto ad un intero che sembra un oggetto diverso per ogni frazione rappresentata

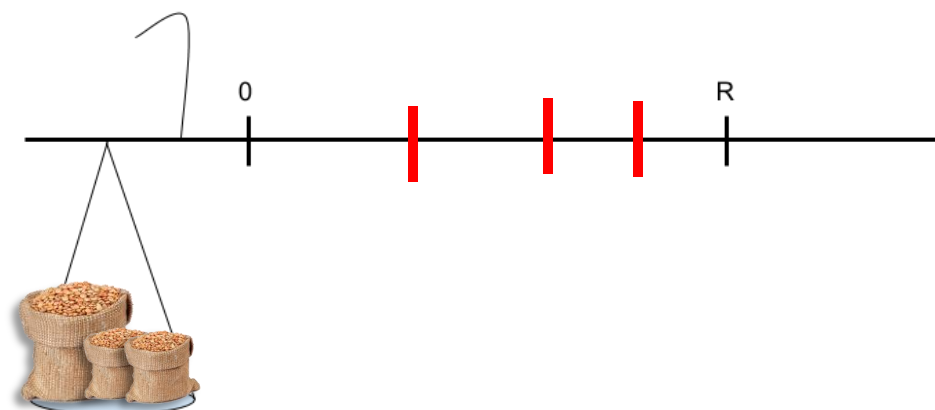


Vedo le «parti» sempre rispetto allo stesso intero (che è una grandezza, non un oggetto)

Le frazioni con la stadera



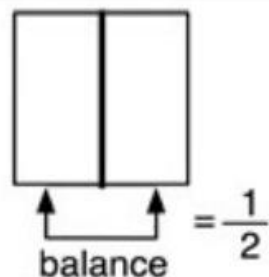
Le «parti» «da prendere» sono assolutamente arbitrarie



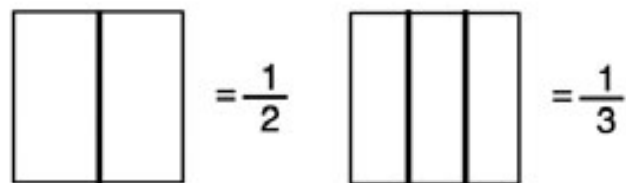
Il peso delle «parti» corrisponde sempre ad un **unico segmento che parte sempre da 0**

Le frazioni con la stadera

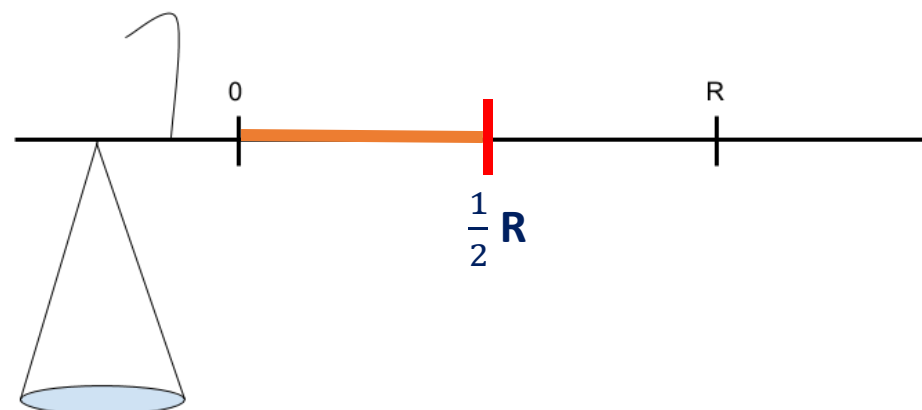
L2 One-Half as Balance



E2 Quantity as Partitions



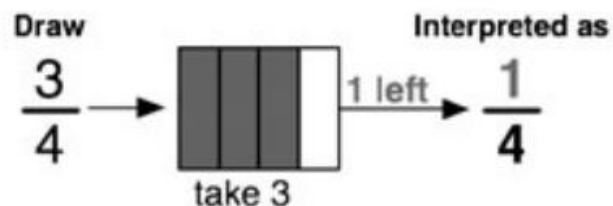
Azione di partizionamento può creare conflitto con l'individuazione della «parte» da considerare



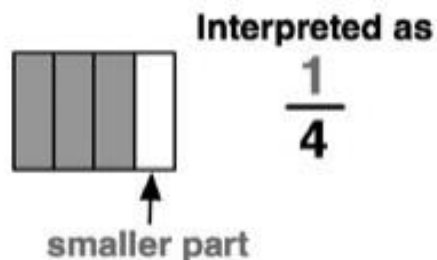
L'azione di partizionare, che individua una posizione di una tacca sul braccio della stadera, corrisponde esattamente all'individuazione della «parte» dell'intero come lunghezza che va dalla tacca 0 alla tacca

Le frazioni con la stadera

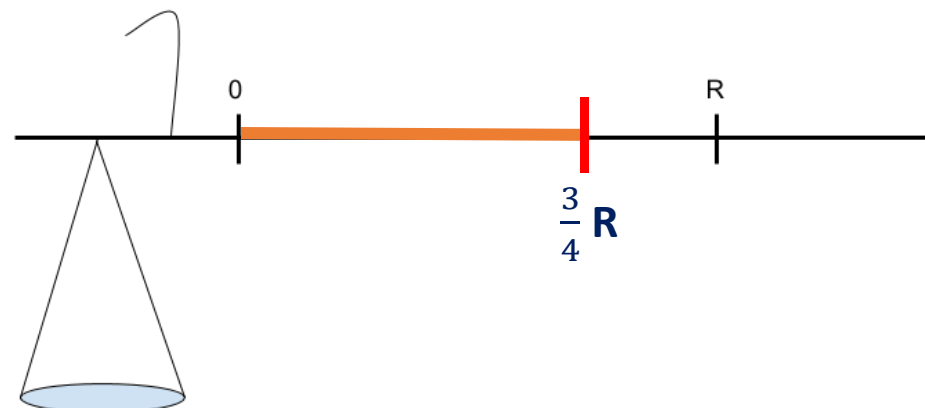
L1 Taking



E1 Smaller Part



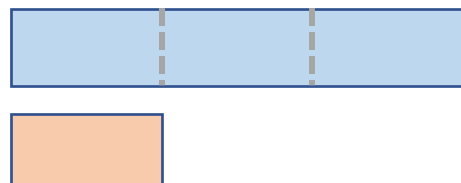
«Parte» da considerare associata a differenza cromatica (arbitraria)



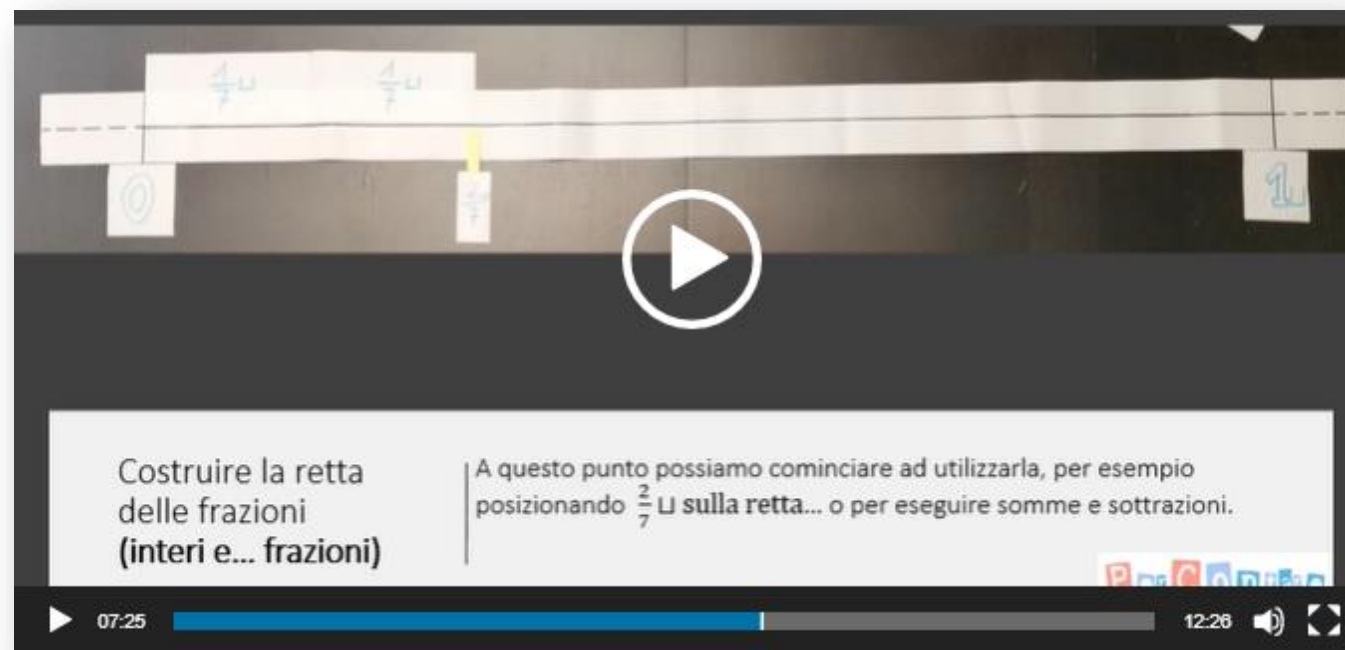
«Parte» da considerare dipendente da come ho scelto di misurare (la lunghezza che considero equivalente a $\frac{3}{4} R$ è *sempre* quella che va dalla tacca 0 alla tacca individuata pesando metà del sacchetto preso come intero di riferimento, non è mai quella che va da questa tacca alla tacca R)

L'artefatto «retta delle frazioni»

Frazione come
rapporto tra
grandezze
(lunghezze)



Frazione
come punto
sulla retta



Il cuore del problema

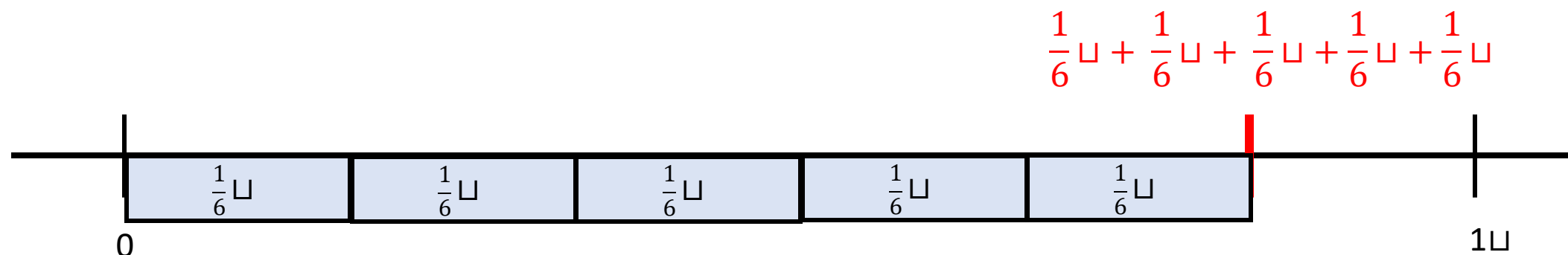


Webinar Riconessioni
23 Giugno 2021
<https://www.percontare.it/>



Se ho una tacca sulla retta, che rappresenta un numero razionale, come faccio a capire se e a quale frazione corrisponde?

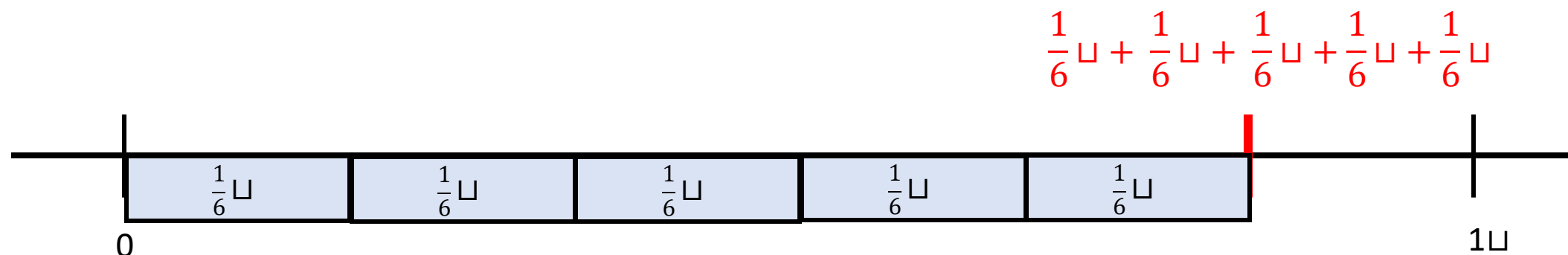
Il cuore del problema



Come faccio a dare significato al passaggio dalla scrittura

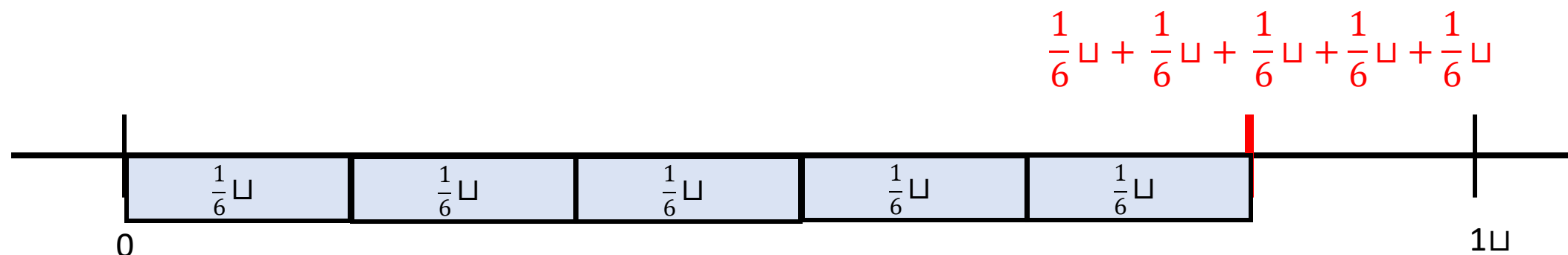
$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$ alla scrittura $\frac{5}{6}$?

Il cuore del problema



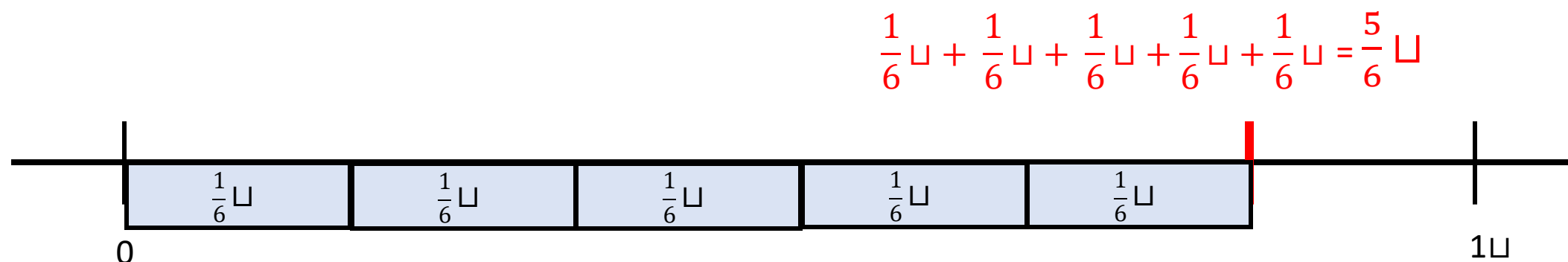
$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$ è
 $\frac{1}{6}$ ripetuto 5 volte (si può già introdurre la
 scrittura $\frac{1}{6} \times 5$ come addizione ripetuta)

Il cuore del problema



D'altra parte $\frac{5}{6}$ significa anche «di 6 parti, 5»,
ovvero la sesta parte dell'intero considerata 5 volte

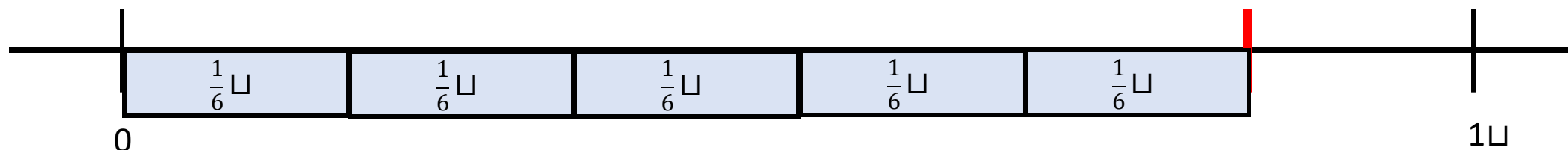
Il cuore del problema



Quindi $\frac{1}{6} \sqcup + \frac{1}{6} \sqcup + \frac{1}{6} \sqcup + \frac{1}{6} \sqcup + \frac{1}{6} \sqcup$, cioè $\frac{1}{6} \sqcup$ ripetuto 5 volte,
e $\frac{5}{6} \sqcup$ devono individuare la stessa tacca sulla retta

Il cuore del problema

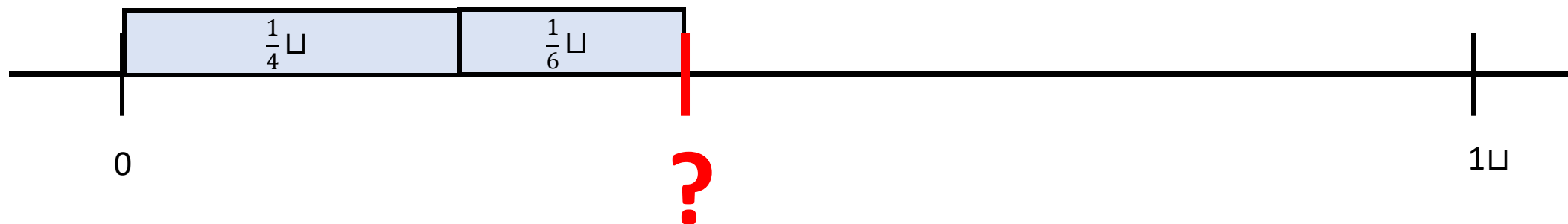
$$\frac{1}{6} \sqcup + \frac{1}{6} \sqcup + \frac{1}{6} \sqcup + \frac{1}{6} \sqcup + \frac{1}{6} \sqcup = \frac{5}{6} \sqcup$$



$$\frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \text{ anche per la «regola» di Benny}$$

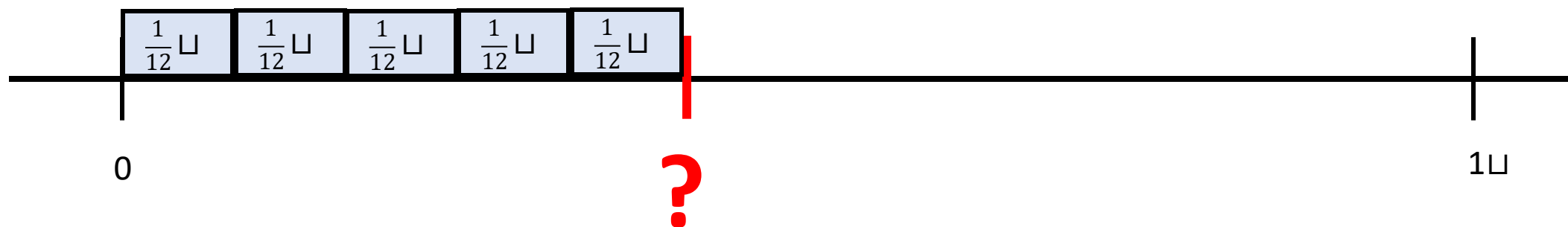
Rispetto a problemi come quelli di Lisa ed Emily, la retta delle frazioni offre la possibilità di spostare l'attenzione da caratteristiche come l'estensione della parte e del colore/non-colore, a favore di un approccio più vicino alla misura

Per trovare $\frac{1}{4} \square + \frac{1}{6} \square$ con la retta delle frazioni...



Data un'addizione di frazioni, come faccio a scrivere sulla tacca che rappresenta la somma un numero razionale unico scritto in forma di frazione?

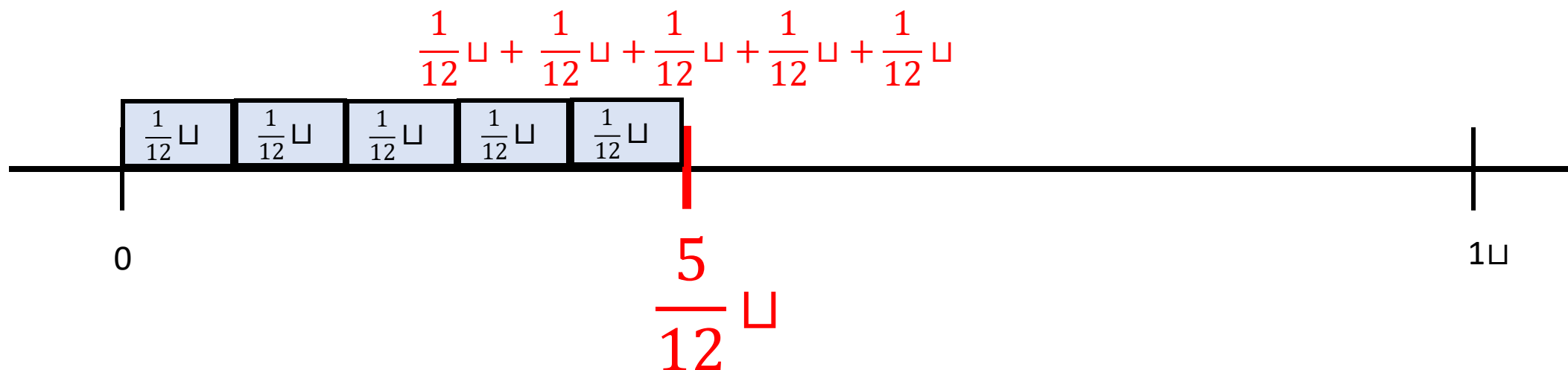
Per trovare $\frac{1}{4} \square + \frac{1}{6} \square$ con la retta delle frazioni...



Dopo varie prove però posso scoprire che $\frac{1}{12} \square$ come unità frazionaria mi aiuta!

Data un'addizione di frazioni, come faccio a scrivere sulla tacca che rappresenta la somma un numero razionale unico scritto in forma di frazione?

Per trovare $\frac{1}{4} \sqcup + \frac{1}{6} \sqcup$ con la retta delle frazioni...



Dopo varie prove però posso scoprire che $\frac{1}{12} \sqcup$ come unità frazionaria mi aiuta!

Data un'addizione di frazioni, come faccio a scrivere sulla tacca che rappresenta la somma un numero razionale unico scritto in forma di frazione?

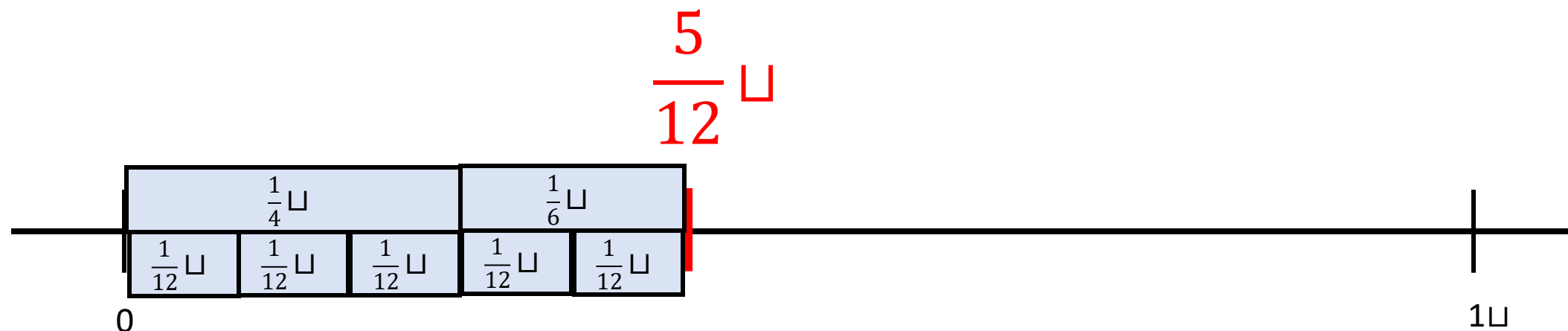


Video n. 1



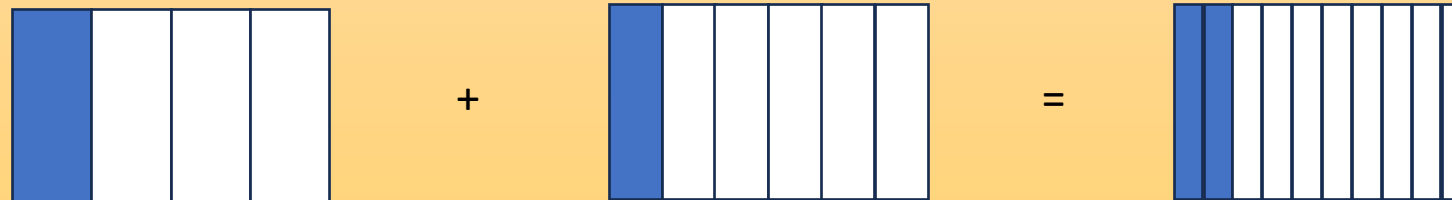
Video n. 2

Per trovare $\frac{1}{4} \square + \frac{1}{6} \square$ con la retta delle frazioni...

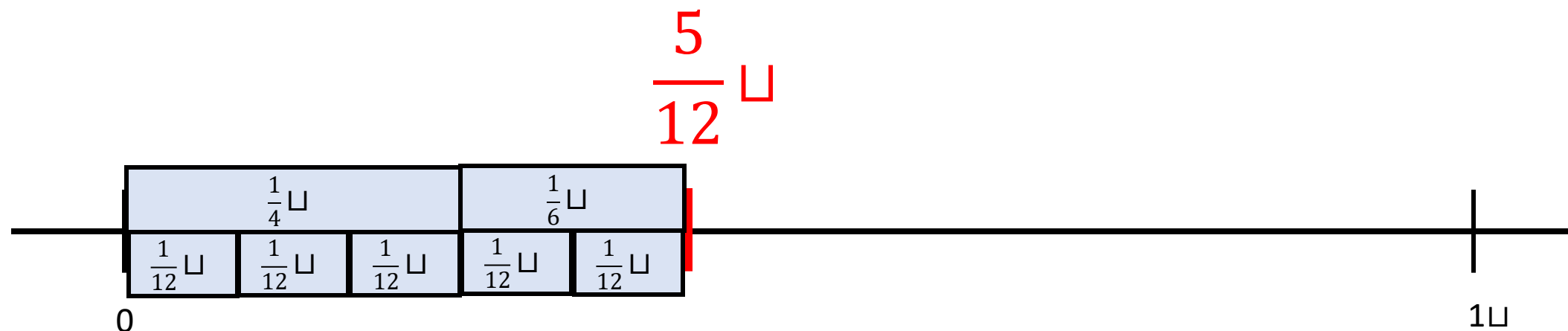


$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{2}{10} \text{ per la «regola» di Benny...!}$$

Nella rappresentazione di Lisa ed Emily:



Per trovare $\frac{1}{4} \square + \frac{1}{6} \square$ con la retta delle frazioni...



Lavorare sulla retta delle frazioni mi permette di **dare senso ad una procedura che dal solo punto di vista algebrico risulta «anti-intuitiva»**, e mi consente di costruire una rappresentazione della somma di frazioni che è:

- a) più **coerente con le operazioni di misurazione** di grandezze fisiche,
- b) mette in evidenza che **l'intero di riferimento delle diverse parti è sempre lo stesso**

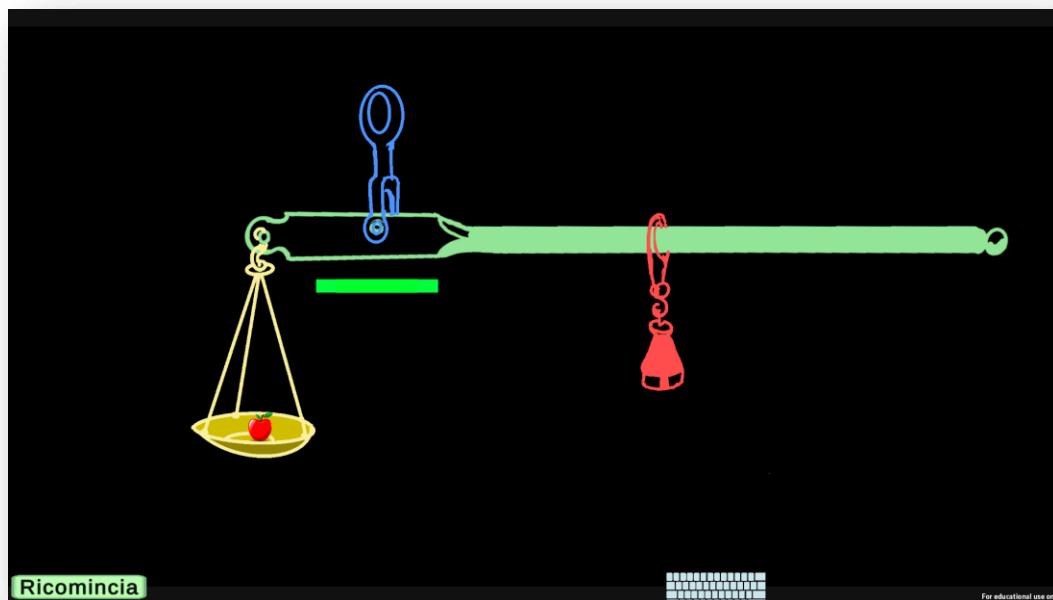


Intervento della prof.ssa Maria Mellone
Webinar del progetto PerContare del
16/11/23 (<https://youtu.be/Mwb1dYFyGjc>)

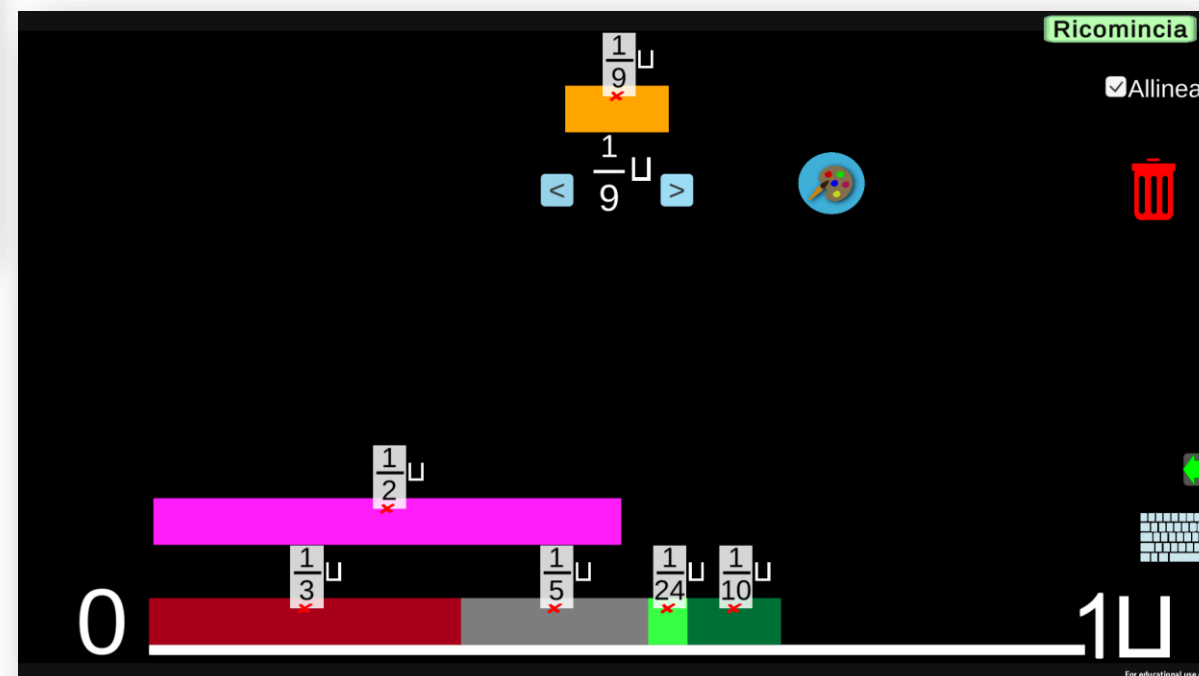
Frazione come rapporto

Vantaggi dell'approccio di introdurre le frazioni come rapporti di lunghezze:

- **Uniformità nell'introduzione** dei numeri naturali e delle frazioni;
- «Uguale» si riferisce chiaramente all'**uguaglianza delle quantità**;
- Le **frazioni maggiori di 1** sono semplicemente misure di quantità superiori all'unità di misura;
- La scelta di una quantità lineare consente una **più immediata relazione con la retta dei numeri**;
- La scelta di una quantità continua permette di esplorare la **densità dei numeri razionali**.



<https://www.percontare.it/software/software-stadera/>



<https://www.percontare.it/software/unita-frazionarie/>

Riflessioni conclusive

- L'errore può essere **occasione per far emergere le interpretazioni personali** degli studenti e delle studentesse degli oggetti matematici e dei significati matematici in gioco

Riflessioni conclusive

- L'errore può essere **occasione per far emergere le interpretazioni personali** degli studenti e delle studentesse degli oggetti matematici e dei significati matematici in gioco
- In questa prospettiva è molto importante la **richiesta di spiegare e di argomentare** il proprio ragionamento, proprio per far emergere possibili interpretazioni «divergenti»
 - **Non sempre risposte «corrette» sono sostenute da ragionamenti «corretti»** - abbiamo mostrato esempi in cui benché gli studenti fossero in grado di dare le risposte attese, ad uno sguardo più attento è stato possibile constatare come vi fossero problemi nel collegare tali risposte ad uno o più significati della frazione
 - Permette di **sviluppare una visione della matematica appropriata dal punto di vista epistemologico**, in cui è centrale una riflessione sui «perché»

Riflessioni conclusive

- Le rappresentazioni, anche quelle più usuali, non sono mai «univoche»: possono essere potenzialmente utili per rappresentare una serie di significati matematici che ci interessano, ma
 - possono non essere adatte alla rappresentazione di *tutti* i significati matematici che ci interessano
 - possono prestarsi ad interpretazioni diverse da quelle volute.
 - Multimodalità e molteplicità di rappresentazioni possono essere una via per portare alla luce queste diverse interpretazioni

È importante quindi che l'insegnante rifletta sulle rappresentazioni che usa per veicolare certi significati matematici

Riflessioni conclusive

- Le rappresentazioni, anche quelle più usuali, non sono mai «univoche»: possono essere potenzialmente utili per rappresentare una serie di significati matematici che ci interessano, ma
 - possono non essere adatte alla rappresentazione di *tutti* i significati matematici che ci interessano
 - possono prestarsi ad interpretazioni diverse da quelle volute.
 - Multimodalità e molteplicità di rappresentazioni possono essere una via per portare alla luce queste diverse interpretazioni

È importante quindi che l'insegnante rifletta sulle rappresentazioni che usa per veicolare certi significati matematici

- Soprattutto in riferimento alle frazioni, è fondamentale avere consapevolezza della coesistenza di differenti significati di frazione, spesso anche all'interno della stessa rappresentazione
 - Questo costituisce una caratteristica molto importante della frazione come oggetto matematico. È necessario prestare quindi attenzione allo sviluppo, da parte degli studenti e studentesse, della competenza nel gestire questa complessità

Grazie