
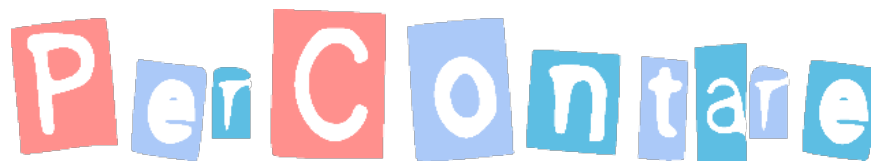


Posizioniamoci... con il progetto

The logo for PerContare, featuring the word 'PerContare' in a colorful, blocky font.

La scrittura posizionale come tema trasversale delle guide di



Anna Baccaglini-Frank, Alessandro Ramploud – Università di Pisa

Silvia Funghi – Università di Genova

Artefatti e "perché" all'interno del progetto PerContare

Proponiamo attività con artefatti

- NON per favorire un'immediata produzione di risposte corrette
- NON per evitare che gli studenti facciano errori
- NON per fare meno fatica
- NON per fare prima.

Artefatti e "perché" all'interno del progetto PerContare

Proponiamo attività con

- NON per favorire un'iniziativa
- NON per evitare che gli allievi
- NON per fare meno fatica
- NON per fare prima

"[...] In particolare il sostegno da dare agli allievi in difficoltà non si esaurisce in un supporto per 'aiutarli' a dare risposte giuste, ma si allarga alla determinazione di perseguire processi di pensiero significativi, e di costruire pazientemente occasioni di crescita."

Rosetta Zan, *I danni del bravo insegnante*



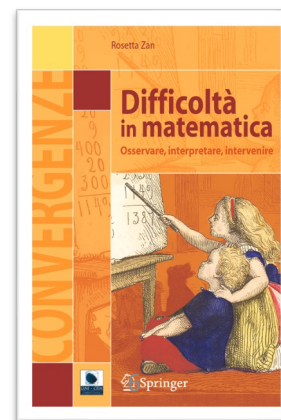
Il “compromesso delle risposte corrette”

«insegnanti e studenti (...) non sono disposti ad assumersi i rischi del comprendere e si accontentano dei più sicuri “compromessi delle risposte corrette”.

In virtù di tali compromessi, insegnanti e studenti considerano che l'educazione abbia avuto successo quando gli studenti sono in grado di fornire le risposte accettate come corrette».

(Gardner, 2000)

Zan (2007) descrive le varie conseguenze negative, a livello di insegnamento e apprendimento della matematica, di tale compromesso.



Artefatti e "perché" all'interno del progetto PerContare

Proponiamo attività con artefatti

- per *lavorare sul senso* delle cose in matematica, che è il modo migliore per
 - sviluppare competenza matematiche
 - fornire agli studenti strumenti per affrontare e superare le loro difficoltà;
- per *evitare una perdita di senso*, che caratterizza l'insegnamento di nude procedure da imitare su richiesta dell'insegnante.

(una parentesi su qualche questione di genere)

“good girls” e ricerca dei “perché”

- Le studentesse tendono a imitare in modo attento e ligio, spesso *avendo successo* in situazioni in cui si usa un approccio riproduttivo;
- hanno paura di situazioni “imbarazzanti” in cui si sentono “osservate” o “giudicate” da insegnanti e compagni;

(Kenny-Benson et al., 2006)

- tendono a non intervenire se non sono iper-sicure della proposta;
- cercano di evitare di fare errori;
- sono percepite dagli insegnanti come “hard workers” e non come “creative thinkers”.

Artefatti e "perché" all'interno del progetto PerContare

Proponiamo *consegne non standard*

- per *costruire la matematica* attraverso le attività con artefatti: pensando, risolvendo, facendo...e poi riflettendo insieme alla classe e all'insegnante sulle produzioni individuali e collettive;
- per permettere che *vengano fatti (gli) errori importanti*, che mettono in luce potenziali conflitti tra il nuovo Sapere e quello precedentemente costruito, che ogni studente porta con sé.

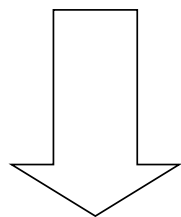
Ricordiamo che

gestione dell'errore

L'errore NON è un indicatore 'oggettivo', ma spesso lo si tratta come se lo fosse...

Dall'osservazione dell'errore...

Non si *interpretano* gli errori esplicitando le lenti interpretative e confrontandole per ottenere una comprensione più precisa



Si valuta la *gravità* degli errori, senza accorgersi delle lenti interpretative utilizzate (che consentono una visione molto limitata)

...all'intervento di recupero

Ricordiamo che

matematica come insieme
di regole rigide

La matematica non è un insieme di regole "ben precise", senza senso e indiscutibili.

Ci sono POCHE convenzioni e assunti di fondo (che si possono discutere!), da cui si ricava il resto

“Non mi piace perché ci sono un mare di regole che per fare un operazione piccina picciò: devi dividere un numero per l'altro, devi togliere il numero che c'era prima e così via. Poi se ti dimentichi una regola sono guai! Non solo sbagli tutto ma ti prendi pure una predica dalla professoressa.” Eleonora 1M

Vogliamo evitare che gli studenti sviluppino idee come:

Ricordiamo che

matematica come
costruzione lineare

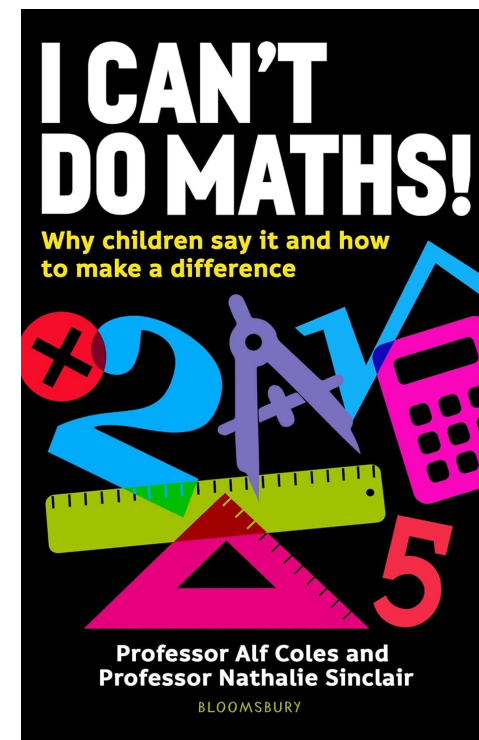
NON è vero che se "non si hanno le basi" poi non si può imparare nulla



30 SEPTEMBER 2022 · S5 E10 · 38 MIN

**Mathematical Myths with Professor
Alf Coles and Professor Nathalie Sinc...**
Tiny Voice Talks Education

▶ Play



7 marzo 2024 - Baccaglini-Frank, Ramploud & Funghi

Ricordiamo che

stereotipi sul «bravo
matematico»

**NON è vero che per essere bravi in matematica bisogna essere veloci
e non fare errori.**

Ricordiamo che

NON è vero che per essere bravi in matematica bisogna essere veloci e non fare errori.

stereotipi sul «bravo
matematico»

“Ero sempre molto incerto sulla mia capacità intellettuale; pensavo di essere non-intelligente. E certo era vero che ero, e sono ancora, lento a pensare. Mi ci vuole tempo per afferrare le cose perché le devo capire a fondo. Anche quando ero il primo a rispondere all’insegnante, sapevo che era solo perché erano domande di cui sapevo già la risposta, ma se usciva una nuova domanda, spesso studenti che non erano bravi come me rispondevano prima.

LAURENT SCHWARTZ,
Matematico che ha vinto la
Medaglia Fields,
l’equivalente del Premio
Nobel per la matematica



Ricordiamo che

stereotipi sul «bravo
matematico»

NON è vero che per essere bravi in matematica bisogna essere veloci e non fare errori.

...Alla fine della scuola superiore ho deciso che la velocità non ha una relazione precisa con l'intelligenza. Quello che importa è capire a fondo le cose e le loro relazioni con altre. Qui sta l'intelligenza. Il fatto di essere veloci o lenti non ha importanza. Ovviamente aiuta essere veloci e avere buona memoria. Ma non è necessario né sufficiente per il successo intellettuale."

Laurent Schwartz
'A Mathematician Grappling with his Century'



Ricordiamo che

NON è vero che per essere bravi in matematica bisogna essere un uomo bianco.



Donne in Matematica

stereotipi sul «bravo
matematico»



Sulla cresta dell'onda: intervista con
Roberta Bianchini, vincitrice del Premio
SIMAI 2023

da Marco Menale | 14 Settembre 2023 | Persone
Roberta Bianchini è ricercatrice all'Istituto per Applicazioni del
Calcolo "Mauro Picone" IAC-CNR di Roma. Nel corso del Convegno
Biennale SIMAI 2023, svoltosi a Matera, ha ricevuto il Premio
Biennale SIMAI 2023 "Fausto Saleri", per la sua attività di ricerca
nella...



May12th, 2023: Due giorni alla
Sapienza con e per Ingrid Daubechies

da admin | 4 Maggio 2023 | Eventi, Pari opportunità
Per l'edizione May12 2023, la Festa delle donne in matematica, il
Dipartimento di Matematica Guido Castelnuovo di Sapienza
Università di Roma e l'Unione Matematica Italiana hanno dato
vita a un'iniziativa locale e nazionale, mettendo al centro una...



AUDITORIUM DEL INGRESSO

Un problema grosso è come viene insegnata la matematica

"The depressing thing about arithmetic badly taught is that it destroys a child's intellect, and to some extent, his integrity.
Before they are taught arithmetic children will not give their assent to utter nonsense; afterwards they will."

Walter W. Sawyer

Un problema grosso è come viene insegnata la matematica

“La cosa deprimente dell’aritmetica insegnata male è che distrugge l’intelletto del/la bambino/a, e da un certo punto di vista, la sua integrità.

Prima che venga loro insegnata l’aritmetica i bambini e le bambine non accettano di dire cose senza senso; dopo sì.”

Walter W. Sawyer

Link – Dove abbiamo parlato di valore posizionale

- <https://www.percontare.it/webinar/>
- Webinar CNR Genova 20 Febbraio 2015 (cannucce e abaco per la classe I e II)
<https://youtu.be/OpOTaQTmS8E>
- Seminari in presenza (cannucce e abaco per la classe I e II – prof.ssa Baccaglini-Frank e prof.ssa Bartolini)
<https://youtu.be/T9hm33doDJs>
<https://youtu.be/YoDecAbihS4>
<https://youtu.be/CNGbQeO0dl>
- Webinar Riconessioni 23 Giugno 2020 (cannucce e abaco per la classe I e II)
<https://www.riconessioni.it/webinar/il-progetto-percontare-proposte-per-le-classi-prima-e-seconda-della-primaria/>
- Webinar Riconessioni 25 Giugno 2020 (algoritmi di moltiplicazione a confronto per la classe III e IV)
<https://www.riconessioni.it/webinar/nuovi-sviluppi-del-progetto-percontare-la-guida-per-la-classe-terza/>
- Webinar per la conferenza online Handimatica 2020 (algoritmi di divisione a confronto per la classe III e IV - Silvia Funghi, Alessandro Ramploud)
<https://www.percontare.it/wp-content/uploads/2020/12/Frazioni-Handimatica-1-2.m4v>
- Webinar Riconessioni 21 Giugno 2021 (Bruco della posizionalità e abaco delle cannucce per la classe I, II, III)
<https://www.riconessioni.it/webinar/webinar-percontare-20210621/>
- Webinar Riconessioni 23 Giugno 2021 (algoritmi di divisione a confronto la classe III e IV)
<https://www.riconessioni.it/webinar/nuovi-sviluppi-del-progetto-percontare-la-guida-per-la-classe-terza-e-quarta/>

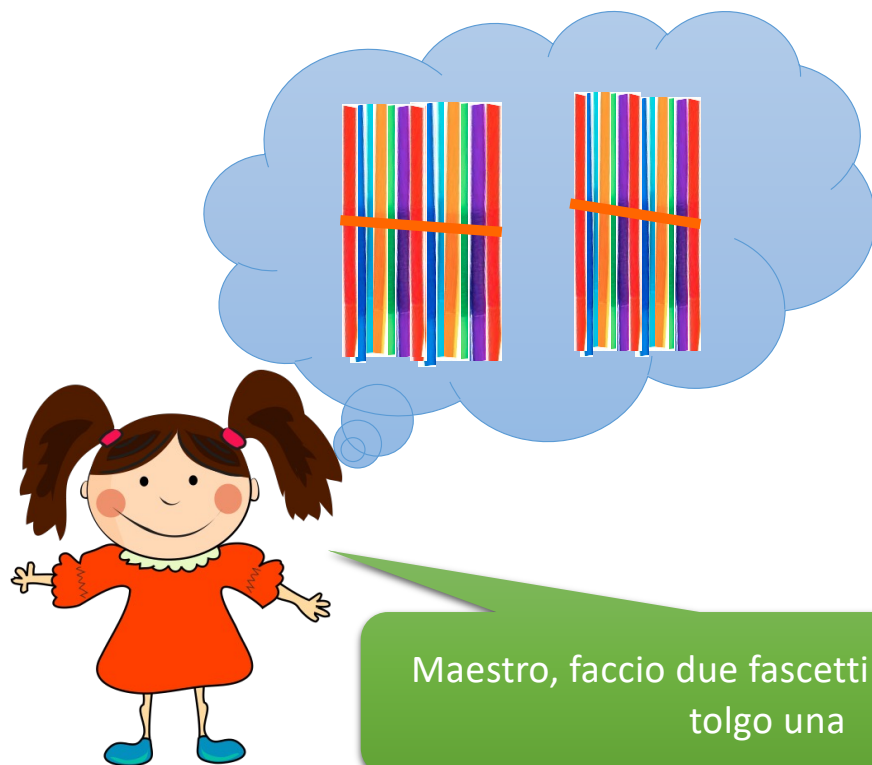
Link – Dove abbiamo parlato di valore posizionale

- Webinar Riconessioni 16 Settembre 2021 (Bruco dei numeri decimali per la classe IV)
<https://www.riconessioni.it/webinar/progetto-percontare-la-nuova-guida-di-matematica-per-la-classe-quarta-della-primaria/>
- Webinar Riconessioni 14 Ottobre 2021 (algoritmi di moltiplicazione a confronto per la classe III e IV)
<https://www.riconessioni.it/webinar/percontare-discussione-spiegazione-e-argomentazione/>
- Webinar Riconessioni 17 Febbraio 2022 (Bruco dei numeri decimali per la classe IV e V)
<https://www.riconessioni.it/webinar/percontare-principi-per-il-pensiero-additivo-i-bruchi-della-posizionalita-e-le-operazioni/>
- Webinar per Accademia Nazionale dei Lincei, Polo di Pisa (algoritmi di divisione a confronto dalla classe III alla secondaria di I grado - Silvia Funghi, Federica Poli, Alessandro Ramploud)
<https://youtu.be/merbTiyR0yQ>
- Webinar Riconessioni 21 Giugno 2022 (riflessione su trasversali e serie di artefatti che li sviluppano nelle guide dalla classe I alla classe V)
<https://www.riconessioni.it/webinar/percontare-le-guide-nel-curricolo-di-matematica/>

Le cannucce per il calcolo e l'abaco a scatole trasparenti

Alessandro Ramploud

Cannucce e raggruppamenti: una scenetta

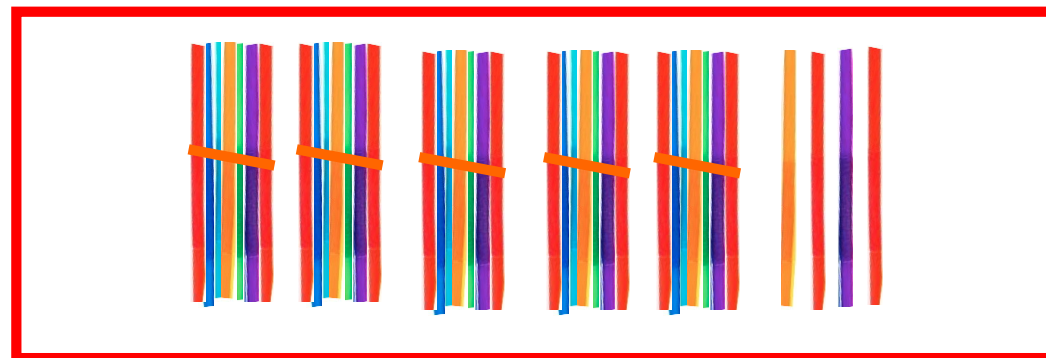
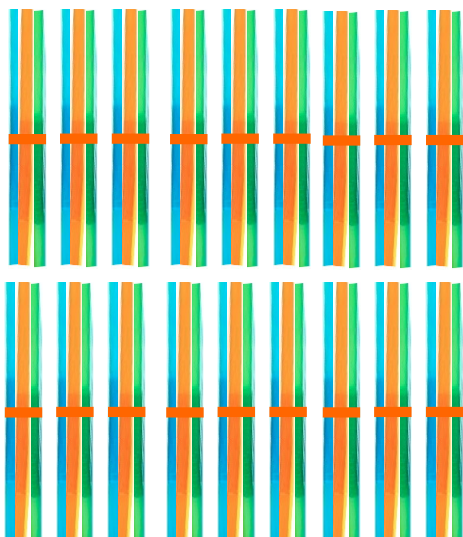


Maestro, faccio due fascetti da 16, e poi ne tolgo una

Se ho 31 cannucce, come le fascetto?



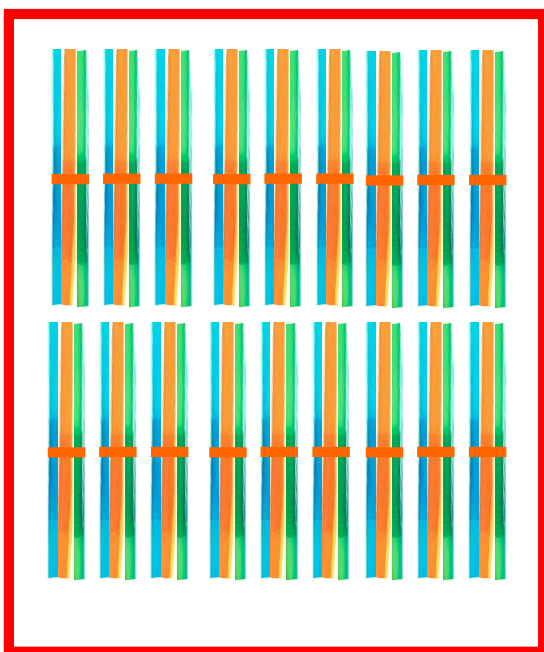
Cannucce e raggruppamenti... a dieci e non solo



Come facciamo a contare le
cannucce?



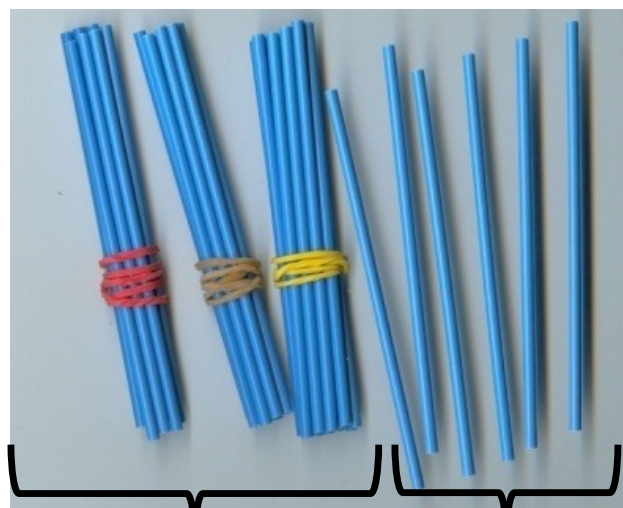
Cannucce e raggruppamenti... a dieci e non solo



Possiamo fascettare
queste cannucce in modo
che non ne rimangano
sciolte?



Cannucce e raggruppamenti a dieci

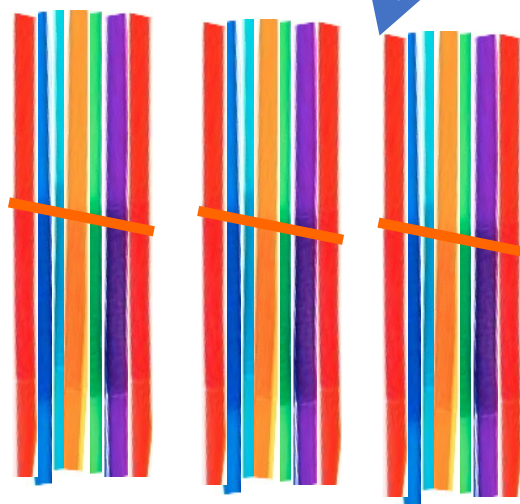


3 dieci 6 (sparse)
30 6

“3 dieci 6”, “trentasei”, 36



Modello delle scatole trasparenti
Ho **tre decine** e **quattordici unità**.
Che numero è?

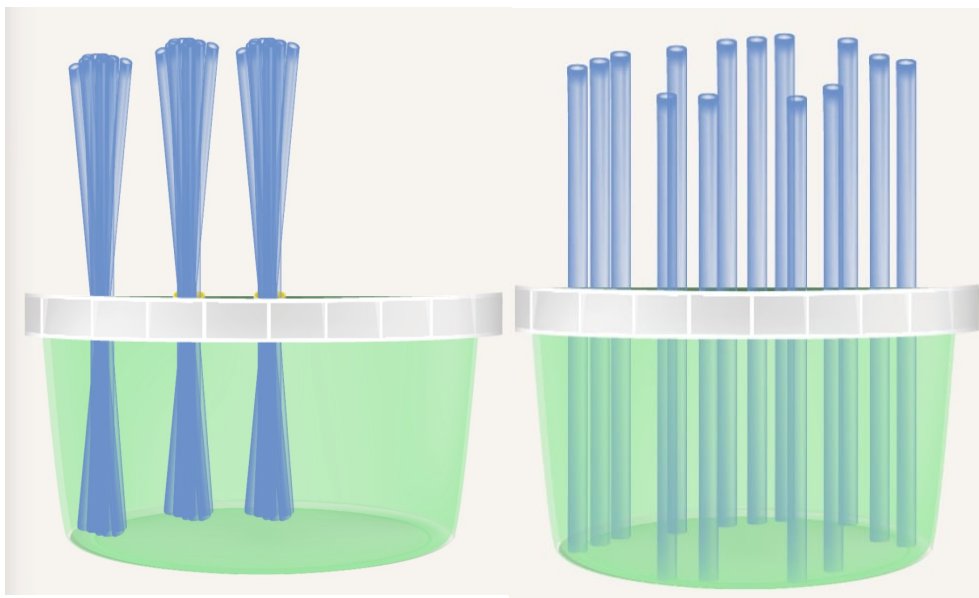


Modello delle scatole trasparenti



Modello delle scatole trasparenti





Quante sono le cannucce?

Tre fascetti-decina e sedici
cannucce sciolte

Trenta nella prima scatola e
sedici nell'altra

Che numero rappresenta
questa configurazione?

314

3014

31014

tre-quattordici

trenta-quattordici

tre-dieci-quattordici

Proviamo a fare delle riflessioni sulle possibilità del docente

Possibili feedback:

- Ricordare che bisogna mettere nella scatola delle decine tutti i fascetti possibili (contratto didattico; sistema di riferimento culturale)
 - Rischio proceduralizzazione
 - Rischio di una «correzione» di comportamento senza ricadute sulla comprensione del significato matematico -> può nascondere una mancata comprensione

Proviamo a fare delle riflessioni sulle possibilità del docente

Possibili feedback:

- Ritornare sull'errore

Cosa c'è di non coerente con la matematica formale nella scrittura 314, 3014 o 31014?

Quali aspetti del contratto didattico in essere potrebbero aver portato il bambino a produrre questa scrittura intenzionalmente?

Proviamo a fare delle riflessioni sulle possibilità del docente

Possibili feedback:

- Confrontarsi con un/a pari di una classe più avanzata (4°-5°) ed aprire il conflitto di lettura dei numeri (molto probabilmente per quest'ultima/o i numeri 314, 3014, 31014 rappresentano rispettivamente *trecentoquattordici, tremilaquattordici, trentunomilaquattro*)
 - Richiesta di capire come comunicare con i bambini più grandi: come facciamo a far capire al nostro amico/alla nostra amica quante cannucce abbiamo nelle scatole?
 - Messa in luce della differenza tra ciò che si vuole comunicare (quantità di cannucce) e come si è scelto di farlo (uso della scrittura)
 - Messa in luce dell'esigenza di convenzioni per comunicare (da cui il linguaggio condiviso)

Apriscatole



Scrittura posizionale decimale dei numeri razionali con bruco dei numeri e strisce

Silvia Funghi

Bruco: una scenetta

1007

cento-sette



Come facciamo a scrivere
questo numero in simboli?

centosette



Bruco: una scenetta



<https://www.percontare.it/video-formativi/webinar/> - le guide nel curriculum di matematica – 21 giugno 2022

Come facciamo a scrivere sul bruco questo numero?

centosette



Bruco: una scenetta

Che risposte vi aspettate possano emergere da bambini e bambine di classe III-IV-V?

Quante decine ci sono in questo numero?

406



Bruco: una scenetta

Uno-virgola-ottantanove (centesimi)

Uno-virgola-nove (decimi)



Linguaggio naturale che non rispecchia il significato del numero

Inserisci uno dei simboli $<$, $>$, $=$ tra le coppie di numeri decimali che trovi qui di seguito.

31,62 $>$ 25,97

152,1 $<$ 162,1

11,79 $<$ 11,89

6,5 $>$ 6,2

0,57 $>$ 0,51

1,9 $<$ 1,89

17,121 $>$ 17,18

115,2 $<$ 115,202

7,75 $<$ 7,717

Spiega con le tue parole come hai ragionato per confrontare le coppie di numeri e inserire il simbolo. Se vuoi puoi aiutarti con il bruco Germano.

SE LE PRIME CIFRE SONO UGUALI SI GUARDANO LE SEGUENTI
NOI CONTROLLIAMO SEMPRE LE PRIME DUE CIFRE, SE LA CIFRA DI UNO
DEI DUE NUMERI È MAGGIORE VUOL DIRE CHE TUTTO QUEL NUMERO
È MAGGIORE, QUINDI SE UN NUMERO È MAGGIORE DOBBIAMO METTERE IL
MAGGIORE ($>$) SE INVECE UN NUMERO È MINORE CI DA
METTERE IL MINORE ($<$) SE INVECE I DUE NUMERI SONO
UGUALI DOBBIAMO METTERE L'UGUALE ($=$). QUINDI PER FARE UN
ESEMPIO POSSIAMO FARE $1345,73 > 43,5$, $57,6 < 597,32$,
 $32,3 = 32,3$.

La prova di Karim

Domanda 13

D2. 8 centinaia e 13 centesimi equivalgono a

- ☐ A. 8,013
- ~~10~~ ☒ B. 8,13
- ~~X~~ ☐ C. 800.13
- ☐ D. 813

Spiega come hai ragionato: _____

7



<https://www.percontare.it/video-formativi/webinar/> - le guide nel curriculum di matematica – 21 giugno 2022

La prova di Karim

Domanda 13

D2. 8 centinaia e 13 centesimi equivalgono a

☐ A. 8,013

~~10~~ ☒ B. 8.13

☒ C. 800.13

☐ D. 813

8 CENTINAIA E 13 MILLESIMI

800.013

Spiega come hai ragionato: _____

7

7 marzo 2024 - Baccaglini-Frank, Ramploud & Funghi



61

La prova di Karim

tra questo numero e questo numero (800,13 e 800,013), secondo te, qual è più grande?

Domanda 13

D2. 8 centinaia e 13 centesimi equivalgono a

- ☐ A. 8,013
- ☒ B. 8,13
- ☒ C. 800.13
- ☐ D. 813

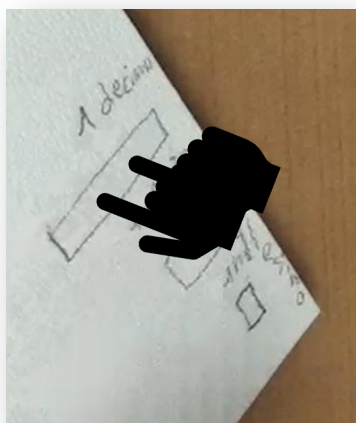
8 CENTINAIA E 13 MILLESIMI

800.013

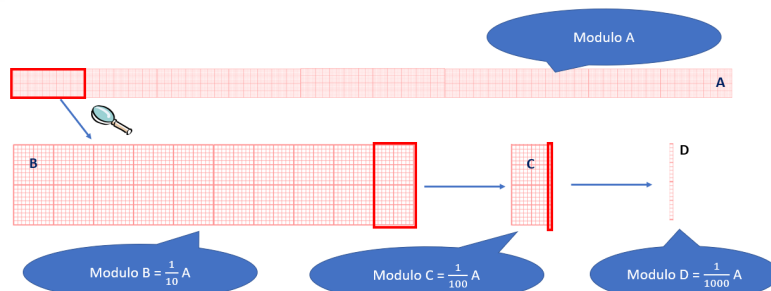
questo (indica 800,13) [...] perché i millesimi sono più piccoli dei centesimi e qui c'è uno zero in più. Lo zero fa scalare di... di grado i numeri: questo prima era un decimo e qui c'era 3 centesimi, qui abbiamo messo lo zero e si sono spostati, sono scalati: il tre è diventato più piccolo... cioè, io me l'immagino come una striscia. Per esempio: il decimo me l'immagino così, poi un centesimo me l'immagino la metà circa e poi un millesimo me l'immagino la metà di quello



La prova di Karim



quindi te immagini le striscioline sempre più piccole?"



sì, perché noi abbiamo lavorato con le strisce A, B, C e se noi contavamo i quadretti piccoli erano 100, poi diventavano 10 e poi 1. Un quadretto da 10 di ogni...

[Riferito a 800,13] 8 delle strisce normali, le centinaia, 1 di questa (tocca la striscia dei decimi) e 3 di questa (tocca la striscia dei centesimi).

Mentre in questa [riferito a 800,013] sempre 8... 800, virgola, 0 di queste (tocca la striscia dei decimi), 1 di questa (tocca la striscia dei centesimi) e 3 di queste (tocca la striscia dei millesimi)

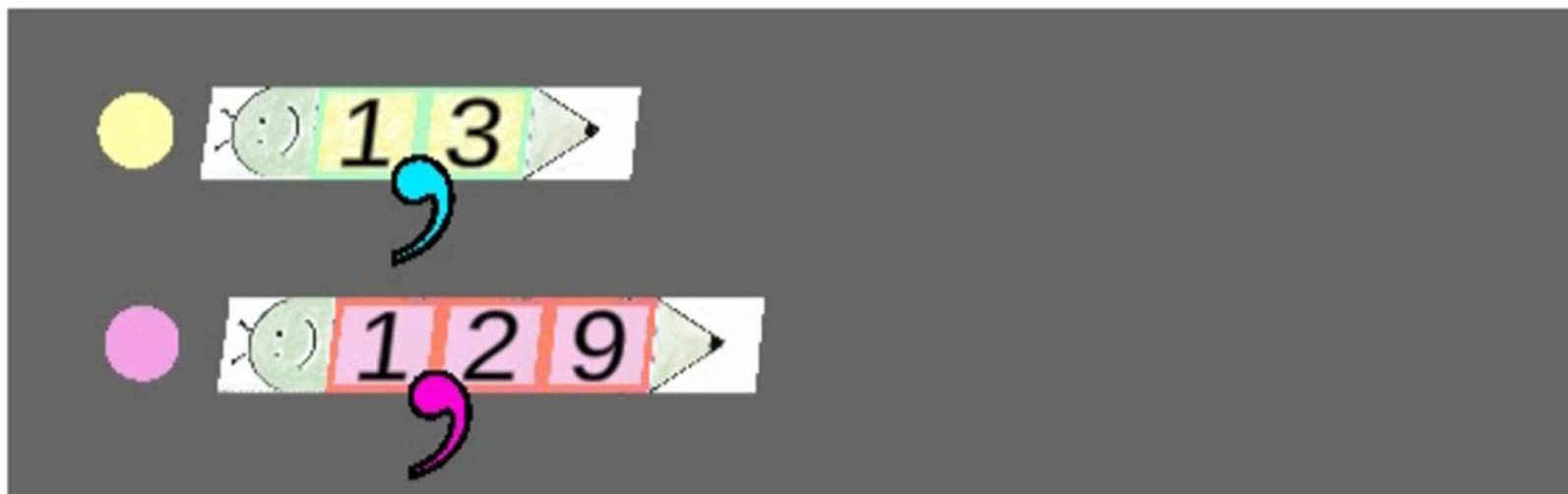


<https://www.percontare.it/video-formativi/webinar/> - principi per il pensiero additivo, i bruchi della posizionalità e le operazioni – 17 febbraio 2022

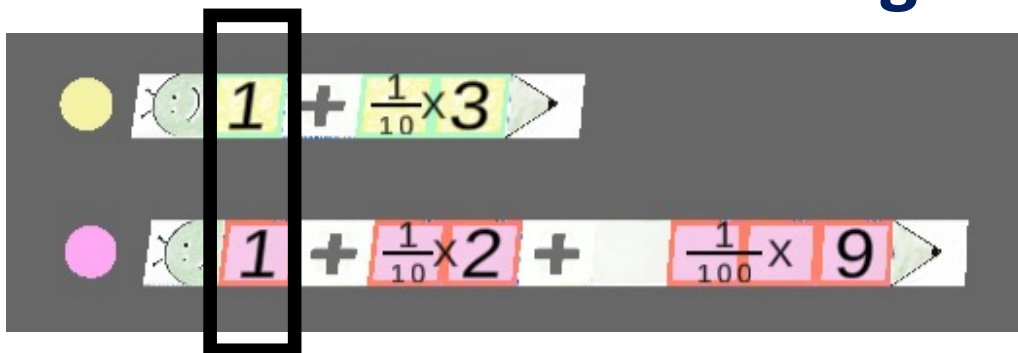


Confronto tra numeri decimali... sinergie di artefatti

Confrontiamo 1,3 e 1,29 con i nostri moduli...



Confronto tra numeri decimali... sinergie di artefatti



0

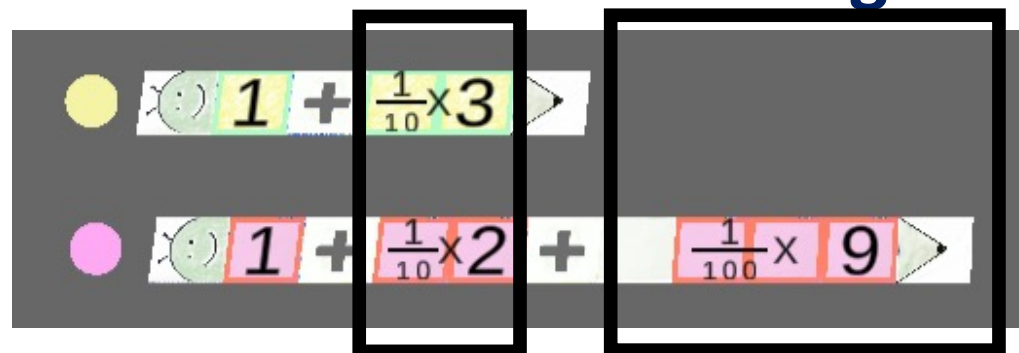
1

A

A

Prendiamo la parte intera di 1,3 e 1,29 : siccome è 1 per entrambi i numeri, voglio confrontare le parti decimali; immagino di stendere il mio modulo A per entrambi

Confronto tra numeri decimali... sinergie di artefatti



1L

1,29L

1,3L

A

B

B

B

A

B

B

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

Il numero $1,3 = 1 + \frac{1}{10} \times 3$ non ha più decimali, quindi abbiamo già costruito un modulo lungo esattamente 1,3L.
 Il numero $1,29 = 1 + \frac{1}{10} \times 2 + \frac{1}{100} \times 9$ invece ha ancora 9 come seconda cifra decimale, quindi dovrò aggiungere 9 centesimi a destra del secondo modulo da 1 decimo

Riflessioni conclusive

- Attenzione a non «devolvere» agli artefatti lo sviluppo dei significati matematici: la mediazione del docente resta fondamentale per tornare ai significati e non andare verso proceduralizzazioni
 - Visione distorta della matematica
 - Un uso "corretto" di un artefatto non è detto che corrisponda a comprensione: rischio di proceduralizzare in modo non coerente

Brown e Burton (1978) sugli errori sistematici nella sottrazione [...] concludono che **gli allievi interpretano gli algoritmi spiegati dall'insegnante**. In particolare essi suggeriscono che **molti bambini sbagliano non perché applicano in modo scorretto algoritmi corretti, ma perché applicano in modo corretto algoritmi scorretti**. Un errore (*bug*) piuttosto tipico [...] pare essere frutto di una *modificazione plausibile della procedura standard*: 'in ogni colonna si sottrae *sempre* la cifra più bassa da quella più alta, indipendentemente dalla posizione'. (Zan, 2008, p. 71; *italico in originale*)

→ **attenzione a tornare (troppo) sul contratto didattico e su schemi d'uso concordati dell'artefatto**

- Errori "classici" possono servirci per tornare a lavorare sul significato
 - Problematizzando (mi spieghi perché?)
 - Creando occasioni per dare senso alle convenzioni, spesso dettate da necessità comunicative

Questo ci serve non solo per scrivere i numeri ma per sviluppare consapevolezza rispetto a come gestire la scrittura e proprietà dei numeri

Riflessioni conclusive

La notazione posizionale decimale è un significato trasversale a tutta la matematica della scuola dell'obbligo (p.es. la si ritrova nelle dimostrazioni dei criteri di divisibilità alla scuola secondaria, conversioni)

ma

porta con sé delle difficoltà:

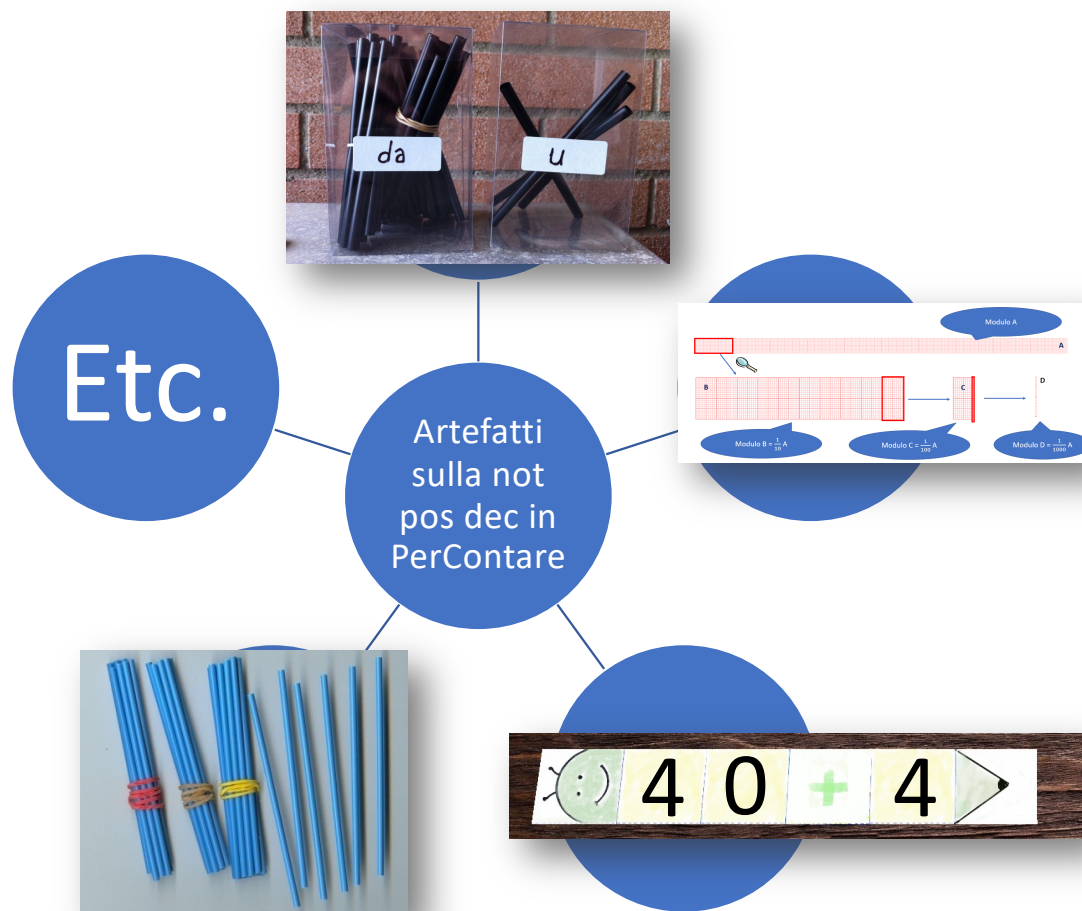
- Non c'è corrispondenza diretta con il linguaggio naturale (sia sugli interi sia sui razionali)
- La scrittura simbolica non è "trasparente" rispetto al significato matematico delle cifre

Riflessioni conclusive

Per portare alla luce questo significato
PerContare offre tutta una serie di
artefatti

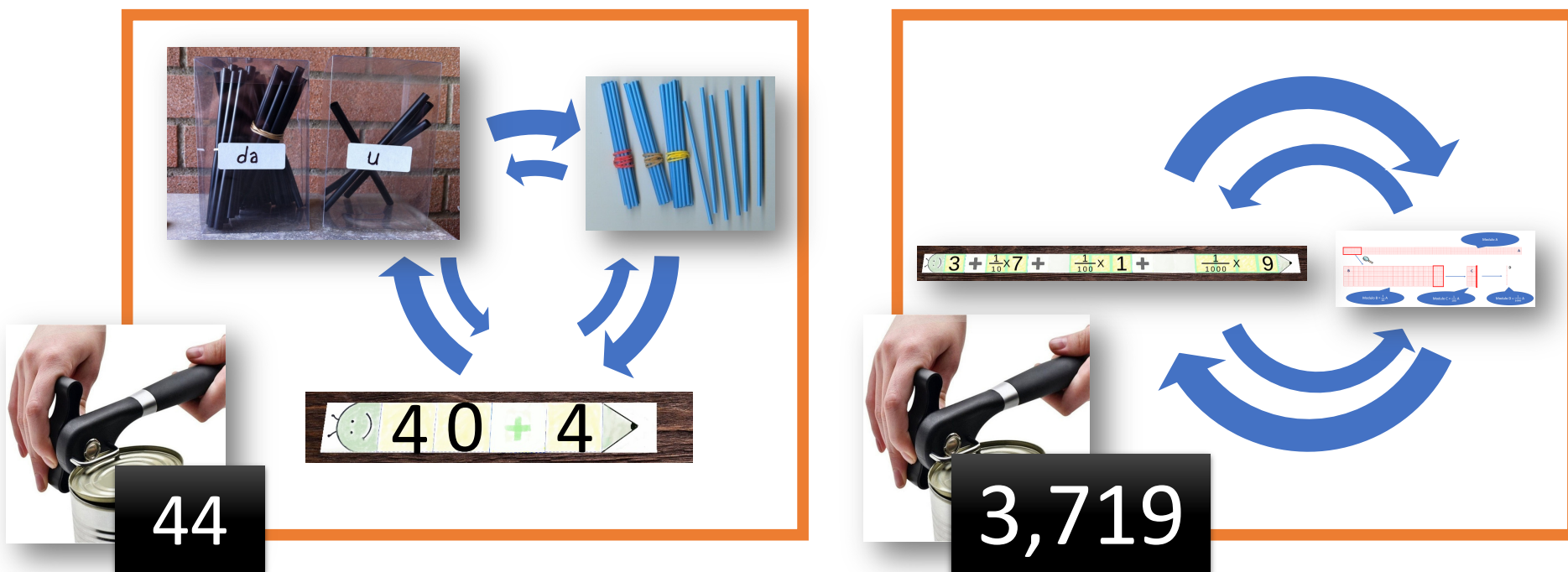
Ciascuno di questi artefatti veicola
solo alcuni particolari modi di
guardare alla notazione posizionale
decimale: l'uso in sinergia è
pensato per favorire la costruzione
di un significato complesso e
sfaccettato

- Uso "non sequenziale" degli
artefatti
- Uso "come apriscatole"



Riflessioni conclusive

- Artefatti diversi veicolano prospettive diverse sullo stesso significato matematico: la sinergia può essere utilizzata per interconnettere queste prospettive



Riflessioni conclusive

Differenze di prospettive – scrittura dei numeri naturali

Abaco scatole trasparenti



(Pascalina <https://percontare.it/guide/percorsi/percorsi-classe-prima/notazione-decimale-posizionale/scopriamo-la-pascalina/>)

Bruco numeri interi



Possono fungere da "apriscatole" per la scrittura simbolica dei numeri naturali, ne "svelano" il significato

Cannucce



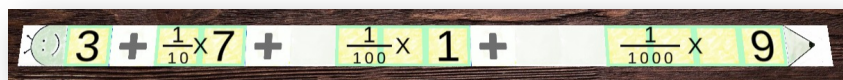
Anche, dobbiamo essere consapevoli che le cannucce di per sé non veicolano posizionalità (è l'abaco delle scatole trasparenti che lo fa)

si può usare a nostro vantaggio a seconda dell'obiettivo didattico che si ha (esempio di Alessandro su 54 cannucce con fascettamento a 3)

Riflessioni conclusive

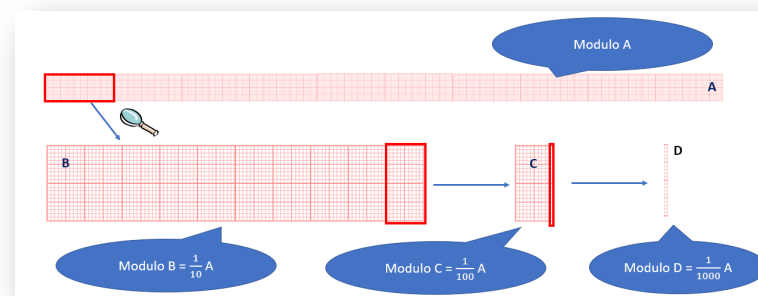
Differenze di prospettive – scrittura dei numeri naturali

Bruco numeri decimali



Può fungere da "apriscatole" per la scrittura simbolica dei numeri razionali nella loro forma decimale, ne "svela" il significato

Strisce



Anche, dobbiamo essere consapevoli che le strisce di per sé non veicolano posizionalità (è il bruco che lo fa)

si può usare in sinergia con l'artefatto bruco (esempio di Silvia sul confronto tra numeri decimali)

Sull'errore...



7 marzo 2024 - Baccaglini-Frank, Ramploud & Funghi



didacta italia

Home La fiera Visitatori Programma Espositori Did

Home > Programma > PerContare: Frazioni sulla retta

📅 20/03/2024 ⌚ 09:30 - 11:00 📍 Sala: Immersiva I3 – Spadolini Inferiore

PerContare: Frazioni sulla retta

📄 Valido per il rilascio di attestato di frequenza attività formativa

12:30 - 13:20

DATA 20 Marzo

DURATA 50 MIN

Matematica... Per contare

📄 Valido per il rilascio di **attestato di frequenza formativa**

