

PerContare: le estensioni degli algoritmi di divisione in classe quinta

Anna Baccaglini-Frank, Alessandro Ramploud – Università di Pisa

Silvia Funghi – Università di Torino

Con il dividendo decimale

Ricorda di riportare la **virgola** al **quoziente** quando la incontri.

h	da	u	d			
7	8	3	2	1	2	
7	2			6	5	2
	6	3				
	6	0				
		3	2			
		2	4			
			8			



- Metto il cappello sul 7. Quante volte il 12 ci sta nel 7? 0 volte, quindi il 7 non va bene.
- Metto il cappello sul 78. Quante volte il 12 ci sta nel 78? *[Faccio dei conti per trovare il multiplo di 12 più vicino a 78]* Ci sta 6 volte, scrivo 6 al quoziente. 12×6 fa 72, che sottratto dal 78 fa 6.
- Abbasso il 3, lo scrivo accanto al 6 che diventa 63. Quante volte il 12 ci sta nel 63? *[Faccio dei conti...]* Ci sta 5 volte, scrivo 5 al quoziente. 12×5 fa 60, che sottratto dal 63 fa 3.
- Scrivo la virgola dopo il 65 e abbasso il 2, lo scrivo accanto al 3 che diventa 32. Quante volte il 12 ci sta nel 32? *[Faccio dei conti...]* Ci sta 2 volte, scrivo 2 al quoziente. 12×2 fa 24, che sottratto dal 32 fa 8.

P

Ma perché devo vedere quante volte il 12 «ci sta» in tutte queste cose diverse...? Non dovevo vedere quante volte stava in 783,2?

7	2			6	2
	6	3			
	6	0			
		3	2		
		2	4		
			8		



- Metto il cappello sul 7. Quante volte il 12 **ci sta nel 7**? 0 volte, quindi il 7 non va bene.
- Metto il cappello sul 78. Quante volte il 12 **ci sta nel 78**? *[Faccio dei conti per trovare il multiplo di 12 più vicino a 78]* **Ci sta 6 volte**, scrivo 6 al quoziente. 12×6 fa 72, che sottratto dal 78 fa 6.
- Abbasso il 3, lo scrivo accanto al 6 che diventa 63. Quante volte il 12 **ci sta nel 63**? *[Faccio dei conti...]* **Ci sta 5 volte**, scrivo 5 al quoziente. 12×5 fa 60, che sottratto dal 63 fa 3.
- Scrivo la virgola dopo il 65 e abbasso il 2, lo scrivo accanto al 3 che diventa 32. Quante volte il 12 **ci sta nel 32**? *[Faccio dei conti...]* **Ci sta 2 volte**, scrivo 2 al quoziente. 12×2 fa 24, che sottratto dal 32 fa 8.

Con il dividendo decimale

Ricorda di riportare la **virgola** al **quoziente** quando la

h	da	u	d			
7	8	3	2	1	2	
7	2			6	5	2
	6	3				
	6	0				
		3	2			
		2	4			
			8			



Cosa vuol dire «abbasso»?
Perché il 3 accanto al 6 diventa 63? Questa cosa di solito non va mai bene... perché qui sì?

- **Abbasso il 3, lo scrivo accanto al 6 che diventa 63.** Quante volte il 12 ci sta nel 63? *[Faccio dei conti...]* Ci sta 5 volte, scrivo 5 al quoziente. 12×5 fa 60, che sottratto dal 63 fa 3.
- Scrivo la virgola dopo il 65 e **abbasso il 2, lo scrivo accanto al 3 che diventa 32.** Quante volte il 12 ci sta nel 32? *[Faccio dei conti...]* Ci sta 2 volte, scrivo 2 al quoziente. 12×2 fa 24, che sottratto dal 32 fa 8.

Con il dividendo decimale

Ricorda di riportare la **virgola** al **quoziente** quando la incontri.

h	da	u	d			
7	8	3	2	1	2	
7	2			6	5	2
	6	3				
	6	0				
		3	2			
		2	4			
			8			



- Perché la virgola va dopo il 65 e non dopo il 3? Non si abbassa? Perché il 6 e il 5 che avevo trovato prima adesso sono diventati 65?
- **Scrivo la virgola dopo il 65 e abbasso il 2, lo scrivo accanto al 3 che diventa 32.** Quante volte il 12 ci sta nel 32? *[Faccio dei conti...]* Ci sta 2 volte, scrivo 2 al quoziente. 12×2 fa 24, che sottratto dal 32 fa 8.

Con il dividendo decimale

Ricorda di riportare la **virgola** al **quoziente** quando la incontri.

h	da	u	d			
7	8	3	2	1	2	
7	2			6	5	2
	6	3				
	6	0				
		3	2			
		2	4			
			8			



- Ma quindi se distribuisco 783,2 ciambelle a 12 persone ognuno ne riceve 65,2 e ne avanzano 8? Cioè il quoziente è 65,2 e 8 è il resto? (come quando facevamo la divisione con i numeri senza la virgola)...non mi torna!
- Faccio dei conti.../ C'è un errore nel quoziente. 12x5 fa 60, che sottratto da 65 fa 5. 12x2 fa 24, che sottratto da 32 fa 8.
- Scrivo la virgola dopo il 65 e abbasso il 2, lo scrivo accanto al 3 che diventa 32. Quante volte il 12 ci sta nel 32? [Faccio dei conti...] Ci sta 2 volte, scrivo 2 al quoziente. 12x2 fa 24, che sottratto dal 32 fa 8.

Con il dividendo decimale

Ricorda di riportare la **virgola** al quoziente quando la incontri

h	da	u	a		
7	8	3	2	1	2
7	2			6	5, 2
	6	3			
	6	0			
		3	2		
		2	4		
			8		

Perché si mette «il cappello» inizialmente solo su certe cifre?

Perché si mette il segno di «abbasso» sulle altre cifre?

Perché la virgola non si «abbassa», ma si trascrive solo nel quoziente?

Perché, una volta che si è «abbassata» una cifra, il risultato della sottrazione precedente con la cifra «abbassata» diventa un altro numero?

Ma quante cose senza senso mi devo ricordare...?



Con il dividendo decimale

Ricorda di riportare la virgola al quoziente quando la incontri.

h	da	u	d			
7	8	3	2	1	2	
7	2			6	5	2
	6	3				
	6	0				
		3	2			
		2	4			
			8			

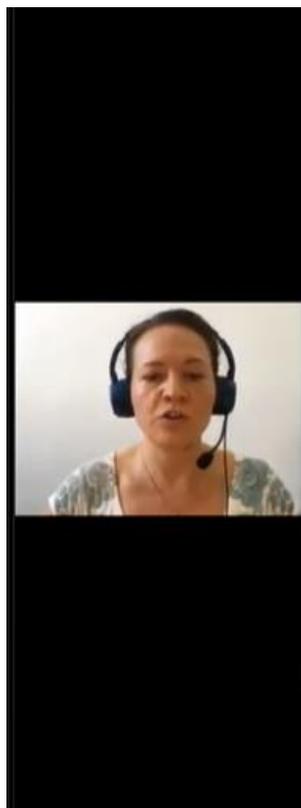
La cosa però, che non mi piace della matematica, sono le divisioni, che quando me le spiegano, dopo un giorno o due me le dimentico e me le devono rispiegare.

Il rapporto che ho con la matematica è a volte positivo e qualche volta negativo: è positivo quando sento di farcela, cioè in divisioni che mi riescono, certe volte non le so fare perché inizio a fare confusione.

La matematica è una delle materie che mi piacciono di più perché è molto interessante. Questo discorso è per tutto quello che comprende la matematica tranne che per le divisioni a due cifre perché sono molto difficili. Però piano piano sto riuscendo a capirci qualcosa perché prima mi strappavo i capelli.

Si ringraziano Pietro di Martino e Rosetta Zan per la condivisione di questi estratti dai temi:
«Io e la Matematica...»

Ma perché l'algoritmo funziona?



I suggerimenti di PerContare

Dunque, le I.N. ci «autorizzano» a lavorare con le procedure. Tuttavia, suggeriscono ripetutamente di **lavorare sui significati matematici** e sullo sviluppo di competenze, quindi NON di USARE l'insegnamento per imitazione di algoritmi come strategia d'insegnamento privilegiata.

In linea con le I.N., suggeriamo generalmente di introdurre procedure tramite costruzione attiva partecipata, a partire dal significato in un particolare contesto, per poi ampliarlo ad altri contesti, e non «calando le procedure dall'alto».

Suggeriamo di proporre diverse «procedure» e di *discutere perché* consentono di arrivare allo stesso risultato finale.

25 Giugno 2020



Webinar Riconessioni
25 Giugno 2020
<https://www.percontare.it/webinar>

Sinergie di algoritmi per sviluppare significati: (estensioni de)gli algoritmi per la divisione

<https://www.percontare.it/guide/classe-quinta/>



- Geometria**
 - Primi elementi di geometria dinamica
 - Proprietà dei poligoni
 - Area dei rettangoli
 - Area di quadrilateri e triangoli
- Frazioni**
 - Un software misterioso
- Moltiplicazioni con decimali**
 - Diagramma rettangolo con la virgola
 - Gelosia con la virgola
- Estensione della divisione**
 - Tlx- con la virgola
 - Canadese con la virgola
- Unità di misura**
 - Estensione delle equivalenze

Divisione nell'insieme dei numeri naturali

**Intervento sulla
divisione nel
Webinar del
16/09/2021**

Video Formativi

Home > Video Formativi

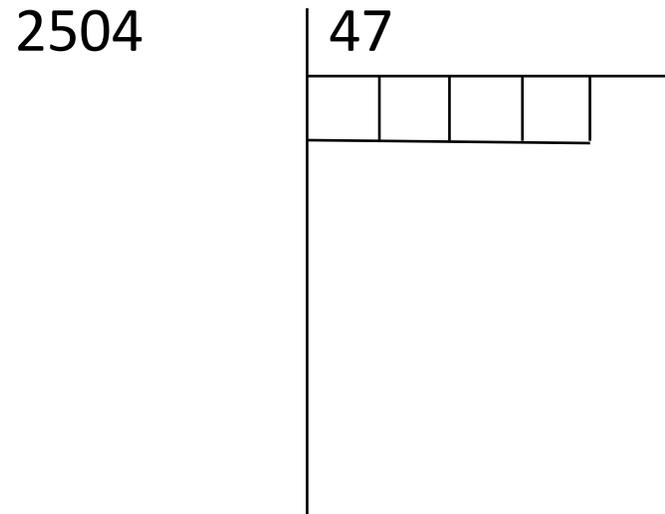
Video in ordine cronologico

Video per argomento

<https://www.percontare.it/webinar/>

	A	B	C	D	E	F	G
	Argomento dell'intervento	Annualità	Data	Titolo webinar	Contesto	Relatore	Link all'intervento
2	Design delle guide						
3	principi di design delle attività didattiche di matematica e loro implementazione nelle guide di "PerContare"	Guide di III -IV - V	9/16/2020	Progetto PerContare: È ora disponibile anche la guida per le classi terze della primaria	Webinar PerContare	Anna Baccaglioni-Frank	https://youtu.be/oyK2Zf9IQTo?t=1097
4	struttura delle guide	Guide di III -IV - V	9/17/2020	Progetto PerContare: È ora disponibile anche la guida per le classi terze della primaria	Webinar PerContare	Alessandro Ramploud	https://youtu.be/oyK2Zf9IQTo?t=2434
67							
68	Divisioni						
69	Cenni estensione divisioni Tix- e canadese ai numeri decimali	Guide di V	10/6/2022	PerContare: presentazione della nuova guida di quinta per la primaria	Webinar PerContare	Silvia Funghi	https://youtu.be/7FeB3_mA33o?t=5737
70	Confronto di algoritmi di divisione per lo sviluppo di significati matematici	Guide di IV	9/16/2021	Progetto "PerContare": la nuova guida di matematica per la classe quarta della primaria	Webinar PerContare	Silvia Funghi	https://youtu.be/M98yoyaZKk8?t=1348
71	Confronto di algoritmi di divisione per lo sviluppo di significati matematici	Guide di IV	2/16/2021	Processo di insegnamento-apprendimento della matematica. Guida pratica allo stress da	Webinar Accademia dei Lincei	Silvia Funghi e Federica Poli	https://youtu.be/merBTiyr0yQ?t=1903
72	Confronto di algoritmi di divisione per lo sviluppo di significati matematici	Guide di IV	6/23/2021	Nuovi sviluppi del progetto PerContare: la guida per la classe terza e quarta	Webinar PerContare	Alessandro Ramploud	https://youtu.be/c7QijguH5rI?t=1656

Divisione «Tlx- »



1) Scrivo alcuni multipli utili del
divisore

$$47 \times 1 = 47$$

$$47 \times 2 = 94$$

$$47 \times 5 = 235$$

$$47 \times 10 = 470$$

2) Imposto il diagramma



Divisione «Tlx- »

$$\begin{array}{r} \overset{\cdot}{2}504 \\ -0 \\ \hline 2 \end{array}$$

47				
0				

$$\begin{aligned} 47 \times 1 &= 47 \\ 47 \times 2 &= 94 \\ 47 \times 5 &= 235 \\ 47 \times 10 &= 470 \end{aligned}$$

3) Svolgo passaggi secondo l'acronimo:

Taggo la prima cifra del dividendo

Inserisco il numero di volte che ci sta il divisore

x multiplico il divisore per il numero trovato

- sottraggo



Divisione «Tlx- »

$$\begin{array}{r}
 \overset{\cdot\cdot}{2}\overset{\cdot\cdot}{5}\overset{\cdot\cdot}{0}\overset{\cdot\cdot}{4} \\
 - \underline{0} \\
 25 \\
 - \underline{0} \\
 250 \\
 - \underline{235} \\
 154 \\
 - \underline{141} \\
 13
 \end{array}$$

47			
0	0	5	3

$$47 \times 1 = 47$$

$$47 \times 2 = 94$$

$$47 \times 5 = 235$$

$$47 \times 10 = 470$$

3) Svolgo passaggi secondo l'acronimo:

Taggo la prima cifra del dividendo

Inserisco il numero di volte che ci sta il divisore

x multiplico il divisore per il numero trovato

– sottraggo

4) Ripeto Tlx- fino a finire le cifre del dividendo.



$$2504 = 47 \times 53 + 13$$

Ricomincia il gioco

CREDITI

143	5
-0	028
14	
-10	
43	
-40	
3	

Tabellina

Quante ciambelle ha ricevuto in totale ogni bambino fin dall'inizio?

0h 2da 8u

Risultato

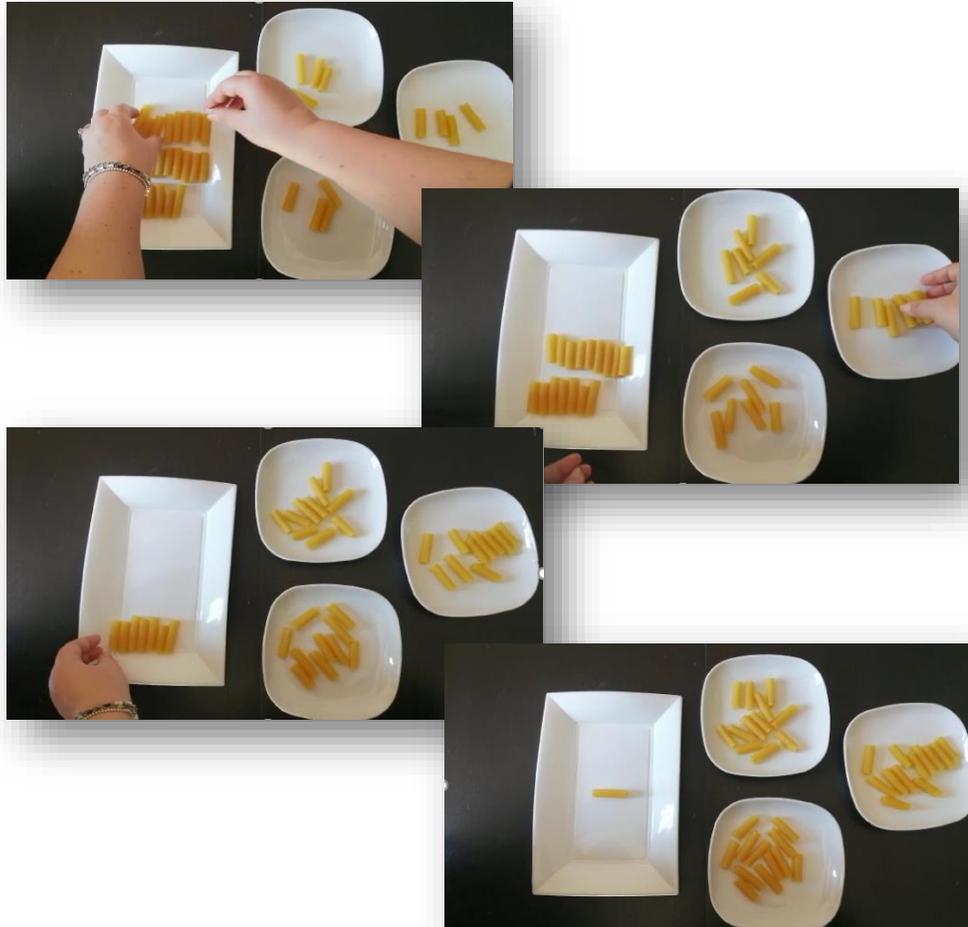
$$143 = 5 \times 28 + 3$$

unity WebGL

Percontare

<https://www.percontare.it/software/software-tixmeno/>

La divisione Canadese (Boero, Ferrari & Ferrero, 1989; Ferrero 1990)



- 'Svuotamento' progressivo del dividendo
- Permette al bambino di capire autonomamente quando l'operazione è arrivata a termine
- Permette di portare a termine la divisione anche senza conoscere tutte le tabelline
- Algoritmo più trasparente rispetto ad altri algoritmi per la divisione



Webinar Riconessioni 5
Maggio 2020

<https://www.percontare.it/webinar/>

CREDITI

Ci sono **63** ciambelle da dividere tra 4 bambini.

10 + 5

Si possono dare 15 ciambelle a ogni bambino e ne restano 3

OK

63		4	
40	perché	4 X 10	= 40
23	perché	63 - 40	= 23
20	perché	4 X 5	= 20
3	perché	23 - 20	= 3
15	perché	10 + 5	= 15
63	=	(4 X 15)	+ 3

Ricomincia il gioco

Scarica Risultati

unity WebGL

Percontare

<https://www.percontare.it/software/software-divisione-canadese/>

$$\begin{array}{r} 14786 \\ - 14000 \\ \hline 786 \\ - 700 \\ \hline 86 \\ - 70 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$35$$

$$35 \times 400 = 14000$$

$$35 \times 20 = 700$$

$$35 \times 2 = 70$$

*Divisione Canadese
Ottimizzata*

$$14786 = 35 \times (400 + 20 + 2) + 16$$

Sinergia tra artefatti

Due artefatti per la costruzione di una rete di significati

<https://www.percontare.it/guide/class-e-quarta/divisione-tix/divisione-tix-fase-5/>

<https://www.percontare.it/guide/class-e-quarta/divisione-tix/divisione-tix-fase-6/>

New

Perché la divisione Tlx- funziona?

Home > Guide > Classe Quarta > Divisione Tlx- > Perché la divisione Tlx- funziona?

Divisione Tlx-

- FASE 1
Un bel problema!
- FASE 2
Ma quanti fogli da dividere!
- FASE 3
Un altro modo di dividere
- FASE 4
Dividiamo le risme con la Tlx-
- FASE 5
Quale mi piace di più?
- FASE 6
Perché la divisione Tlx- funziona?

Scheda 1

Copione

Software Divisione Tlx-

Perché la divisione Tlx- funziona?

In questa fase si continuerà a lavorare sul confronto tra l'uso della divisione Tlx- e della divisione canadese per il calcolo delle divisioni. L'obiettivo è di sviluppare, attraverso il confronto tra questi due algoritmi, i significati matematici e i perché che stanno alla base del loro funzionamento - scoprendo e approfondendo le caratteristiche della notazione posizionale decimale e le proprietà della divisione tra numeri naturali.

Prima c
<https://>

- Inte
- matr
- Inte
- "Pro
- link:
- Inte
- PerC
- Inte
- 21/1
- scuc
- Han

Inoltre

Riportiamo qui sopra due foto dal quaderno del bambino del video precedente. Nella foto a sinistra, il bambino appena visto nel video svolge la divisione 1943:8 scegliendo intenzionalmente l'utilizzo dell'algoritmo Tlx- perché considerato da lui più efficace con queste tipologie di numeri in gioco. Si può osservare nella foto a destra come con numeri diversi in gioco, la scelta dell'algoritmo di calcolo cambi. Questo elemento mostra come la sinergia di algoritmi possa sviluppare particolarmente competenze metacognitive nelle bambine e nei bambini nella scelta della strategia di calcolo più economica cognitivamente di volta in volta.

Fai qui l'operazione con la divisione canadese e con la divisione Tra-

The image shows two columns of handwritten work. The left column uses the 'Canadian' method (long division) for $357 \div 3$, showing steps: $357 \div 3$, -3 , 05 , -3 , 21 , -21 , resulting in 0 . The right column uses the 'Trapezoidal' method, showing $357 \div 3$ with subtractions: -300 , -30 , -21 , resulting in 0 . Red circles and arrows connect the terms: -3 to -300 , -3 to -30 , and -21 to -21 . To the right of the second method, the calculations $3 \times 100 = 300$, $10 \times 3 = 30$, and $7 \times 3 = 21$ are written. At the bottom, an orange box contains the text: 'Cerchiamo di capire se queste corrispondenze tra i segni possono dirci qualcosa di più sui significati matematici....'

The screenshot shows a Google Jamboard with two columns of handwritten mathematical work. The left column, titled "CANADESE", shows a long division of 876 by 7, with the first step $7 \times 100 = 700$ circled in yellow. The right column, titled "Tix-", shows a similar long division with the first step $7 \times 124 = 868$ circled in yellow. To the right of the "Tix-" column is a multiplication table for 7 from 1 to 10. At the bottom of the board, two equations are boxed: $876 = 7 \times (100 + 20 + 6) + 6$ and $876 = 7 \times 124 + 6$. A black text box at the bottom of the screenshot contains the text: "S1: Secondo me è giusto tutt...sono giusti tutti e due".



1. Cosa possiamo osservare nella divisione $TIX-$?

POSSIAMO OSSERVARE CHE LA DIVISIONE $TIX-$ È SIMILE ALLA DIVISIONE CANADESE PERCHÉ NELLA DIVISIONE CANADESE SI FA PER ESEMPIO $(800-600)$ AGGIUNGIAMO 2 ZERI INVECE NELLA DIVISIONE $TIX-$ SI FA PER ESEMPIO $(8-6)$ NON AGGIUNGIAMO 2 ZERI È QUINDI LA DIFFERENZA TRA LA DIVISIONE $TIX-$ E LA CANADESE SONO GLI ZERI.

3. Che cosa succede quando mettiamo il pallino (tagghiamo) sopra la cifra 0?

SUCCEDE CHE LA CIFRA CHE RIMANE DELLE R, POI DEVE ESSERE DIVISA ALLO 0 PERCIÒ LA CIFRA CHE ERA RIMASTA È 2 È PIÙ LO 0 UGUALE "20 DECINE"

$$1105 = 3 \times 368 + 1$$

$$1105 = 3 \times (300 + 60 + 8) + 1$$

$\begin{array}{r} \overset{\dots}{1}105 \\ -0 \\ \hline 11 \\ -9 \\ \hline 20 \\ -18 \\ \hline 25 \\ -24 \\ \hline 1 \end{array}$	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="text-align: center; border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">3</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #c8e6c9;">3</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #c8e6c9;">6</td> <td style="padding: 5px; background-color: #c8e6c9;">8</td> </tr> </table>	3	0	3	6	8	$\begin{array}{l} 3 \times 1 = 3 \\ 3 \times 2 = 6 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 3 \times 4 = 12 \\ 3 \times 5 = 15 \\ 3 \times 6 = 18 \\ 3 \times 7 = 21 \\ 3 \times 8 = 24 \\ 3 \times 9 = 27 \\ 3 \times 10 = 30 \end{array}$
3	0	3	6	8			

$\begin{array}{r} 1105 \\ -900 \\ \hline 205 \\ -180 \\ \hline 25 \\ -24 \\ \hline 1 \end{array}$

$\begin{array}{r} 3 \\ 3 \times 300 = 900 \\ 3 \times 60 = 180 \\ 3 \times 8 = 24 \end{array}$
--



Questo 9 in realtà corrisponde alla distribuzione di 9 *centinaia*, e quindi corrisponde a 900 unità

Questo 18 in realtà corrisponde alla distribuzione di 18 *decine*, e quindi corrisponde a 180 unità

$\begin{array}{r} \dots\dots \\ 1105 \\ -0 \\ \hline 11 \\ -9 \\ \hline 20 \\ -18 \\ \hline 25 \\ -24 \\ \hline 1 \end{array}$	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr> <td style="text-align: center; border-bottom: 1px solid black; padding: 5px;">3</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #c8e6c9;">3</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px; background-color: #c8e6c9;">6</td> <td style="padding: 5px; background-color: #c8e6c9;">8</td> </tr> </table>	3	0	3	6	8	$\begin{array}{l} 3 \times 1 = 3 \\ 3 \times 2 = 6 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 3 \times 4 = 12 \\ 3 \times 5 = 15 \\ 3 \times 6 = 18 \\ 3 \times 7 = 21 \\ 3 \times 8 = 24 \\ 3 \times 9 = 27 \\ 3 \times 10 = 30 \end{array}$
3	0	3	6	8			

$\begin{array}{r} 1105 \\ -900 \\ \hline 205 \\ -180 \\ \hline 25 \\ -24 \\ \hline 1 \end{array}$

$\begin{array}{r} 3 \\ 3 \times 300 = 900 \\ \hline 3 \times 60 = 180 \\ \hline 3 \times 8 = 24 \\ \hline \end{array}$
--

Questo 24 corrisponde alla distribuzione di 24 unità, e quindi corrisponde alle 24 unità distribuite all'ultimo «giro» della canadese



L'uso sinergico dei due artefatti può portare ad un generalizzazione del significato matematico

- di **scrittura posizionale**,
- di **operazione di divisione** in relazione al numero e alla interpretazione di **scritture diverse del numero**

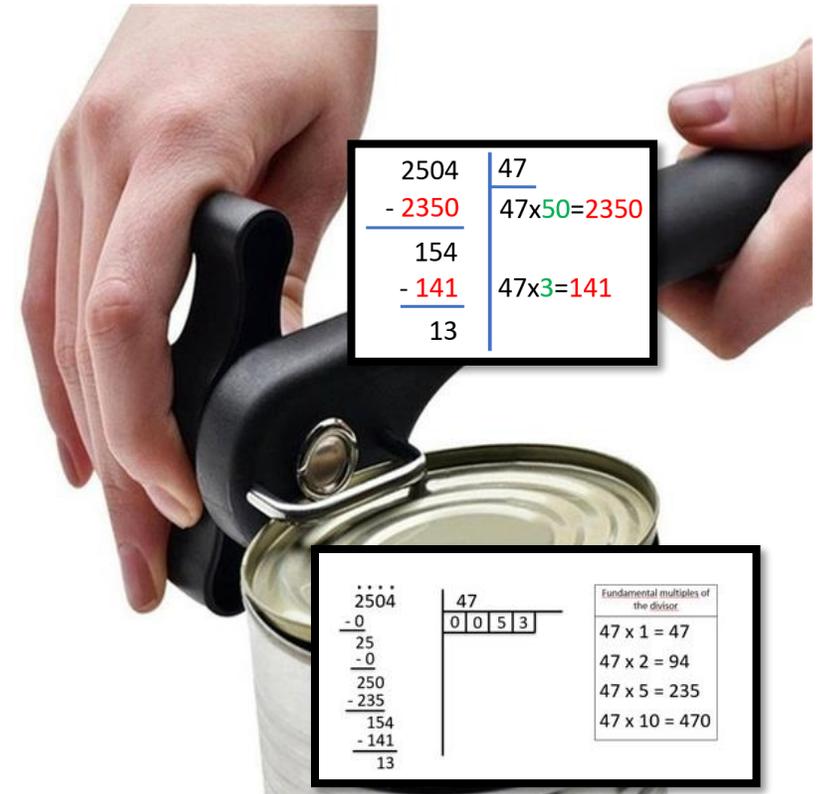
Il significato può emergere attraverso la sinergia attivata dal confronto tra le esperienze con ciascuno degli artefatti e dalla messa in relazione di tali esperienze.

Sinergia: «apriscatole» per i significati matematici

I NOSTRI OBIETTIVI ERANO ALTRI

Introduzione di un algoritmo «opaco»

Introduzione di un algoritmo «trasparente»



Sinergia: «apriscatole» per i significati matematici

I NOSTRI OBIETTIVI
ERANO ALTRI

Introduzione di un
algoritmo «opaco»

Introduzione di un
algoritmo
«trasparente»

NON MI RICORDO SE
NON CAPISCO

E CON TUTTA LA
MATEMATICA È COSÌ!



Tra procedure e significati

È proprio il confronto tra i due algoritmi
(*e non l'introduzione di più di un algoritmo in sé*)
che ci ha portato a scoprire i «perché»
nascosti...

... e ad arrivare
al cuore della
matematica!

Divisione «oltre» l'insieme dei numeri naturali

Divisione nell'insieme dei numeri interi

Sinergia di algoritmi per la scoperta di un processo distributivo applicato alla notazione posizionale decimale dei fattori

Mappa



Divisione «oltre» l'insieme dei numeri interi

Distribuzione del «resto» → estensione degli algoritmi per ottenere quoziente razionale

Sinergia di algoritmi per la scoperta del processo distributivo applicato alla notazione posizionale decimale

Dividendo decimale → estensione del processo distributivo

Dividendo e divisore decimali

Estensione della divisione Canadese

In continuità con le classi III-IV

E se volessi dividere il resto?

11	4		
- 8	4x2=8	😊	
3		☰	☰
- $\frac{4}{2}$	4 x $\frac{1}{2} = \frac{4}{2}$	☰	☰
2		☰	☰
- $\frac{2}{2}$	4 x $\frac{1}{4} = \frac{4}{4}$	😊	😊
4		☰	☰
- 4		☰	☰
0		☰	☰

$$11 : 4 = 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$11:4 = 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

1018	8
- 800	8x100=800
218	8x20=160
- 160	8x7=56
58	
- 56	
2	

Divisione canadese ottimizzata - estensione

$$1018 = 8 \times (100 + 20 + 7) + 2$$

Divisione canadese ottimizzata - estensione

Scelgo di estendere la canadese ottimizzando l'algoritmo rispetto alla **notazione posizionale decimale**, cioè, sottraggo prodotti del divisore e potenze di 10:

- se positive, ritrovo i multipli di 10;
- se negative, ottengo le frazioni decimali.

$$\begin{array}{r}
 1018 \\
 - 800 \\
 \hline
 218 \\
 - 160 \\
 \hline
 58 \\
 - 56 \\
 \hline
 2 \\
 - \frac{16}{10} \\
 \hline
 \frac{4}{10} \\
 - \frac{40}{100} \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 8 \\
 \hline
 8 \times 100 = 800 \\
 8 \times 10 \times 2 = 160 \\
 8 \times 1 \times 7 = 56 \\
 8 \times \frac{1}{10} \times 2 = \frac{16}{10} \\
 8 \times \frac{1}{100} \times 5 = \frac{40}{100}
 \end{array}$$

$$1018 : 8 = 100 + 20 + 7 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100}$$

Esempio di distribuzione ottimizzata

$\begin{array}{r} 11 \\ - 8 \\ \hline 3 \\ - \frac{28}{10} \\ \hline \frac{2}{10} \\ - \frac{20}{100} \\ \hline 0 \end{array}$	$4 \times 2 = 8$		$4 \times \frac{7}{10} = \frac{28}{10}$	
$4 \times \frac{5}{100} = \frac{20}{100}$				

$$11 : 4 = 2 + \frac{7}{10} + \frac{5}{100}$$

$$11:4 = 2 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100} = 2,25$$

Distribuzione più complessa, ma ha il vantaggio che il quoziente lo posso «tradurre» in numero decimale immediatamente grazie al bruco!

Estensione della divisione Tlx-

In continuità con le classi III-IV

Estendiamo la divisione «Tlx– »

$$\begin{array}{r}
 \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot}{2550} \\
 - 0 \\
 \hline
 25 \\
 - 0 \\
 \hline
 255 \\
 - 240 \\
 \hline
 150 \\
 - 144 \\
 \hline
 6
 \end{array}$$

48			
0	0	5	3

$$2550 = 48 \times 53 + 6$$

$$48 \times 1 = 48$$

$$48 \times 2 = 96$$

$$48 \times 5 = 240$$

$$48 \times 10 = 480$$



Estendiamo la divisione «Tlx- »

$$\begin{array}{r}
 \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{2550000} \\
 \underline{-0} \\
 25 \\
 \underline{-0} \\
 255 \\
 \underline{-240} \\
 150 \\
 \underline{-144} \\
 60 \\
 \underline{-48} \\
 120 \\
 \underline{-96} \\
 240 \\
 \underline{-240} \\
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 48 \\
 \hline
 0 \quad 0 \quad 5 \quad 3 \quad 1 \quad 2 \quad 5
 \end{array}$$

$$48 \times 1 = 48$$

$$48 \times 2 = 96$$

$$48 \times 5 = 240$$

$$48 \times 10 = 480$$



Svolgo passaggi secondo l'acronimo:

«Taggo» la prima *cifra decimale* del divisore (che in questo caso sarebbe 0)

Inserisco il numero di volte che ci sta il divisore (aggiungendo una cella al quoziente)

x multiplico il divisore per il numero trovato

– sottraggo

Continuo a ripetere il processo Tlx- fino a che non ritengo completata la divisione

$$2550 = 48 \times 53,125$$

$$2550 : 48 = 53,125$$

Ma *perché* la Tix- estesa *funziona*?

Dunque, le I.N. ci «autorizzano» a lavorare con le procedure. Tuttavia, suggeriscono ripetutamente di **lavorare sui significati matematici** e sullo sviluppo di competenze, quindi NON di USARE l'insegnamento per imitazione di algoritmi come strategia d'insegnamento privilegiata.

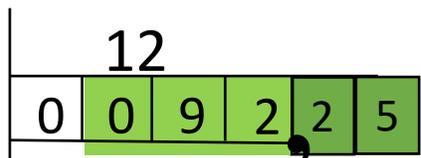
In linea con le I.N., suggeriamo generalmente di introdurre procedure tramite costruzione attiva partecipata, a partire dal significato in un particolare contesto, per poi ampliarlo ad altri contesti, e non «calando le procedure dall'alto».

Suggeriamo di proporre diverse «procedure» e di *discutere perché* consentono di arrivare allo stesso risultato finale.

Come possiamo utilizzare il confronto di algoritmi per capire perché funziona questa estensione della divisione Tix-?

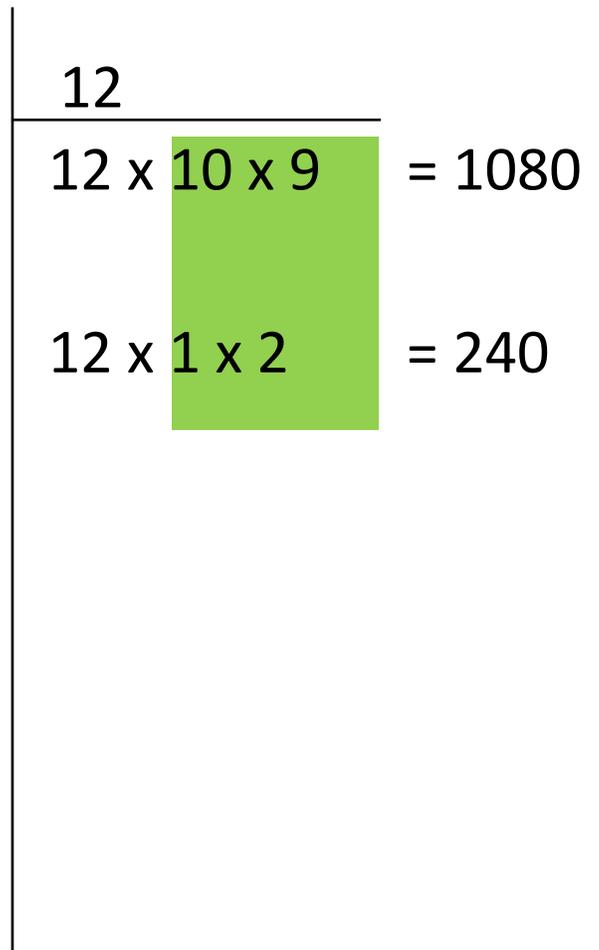
$$1107 : 12 = 92,25$$

$$\begin{array}{r}
 \overset{\cdot\cdot}{1}\overset{\cdot\cdot}{1}\overset{\cdot\cdot}{0}\overset{\cdot\cdot}{7},\overset{\cdot\cdot}{0}\overset{\cdot\cdot}{0} \\
 - 0 \\
 \hline
 11 \\
 - 0 \\
 \hline
 110 \\
 - 108 \\
 \hline
 27 \\
 - 24 \\
 \hline
 30 \\
 - 24 \\
 \hline
 60 \\
 - 60 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$



- 12 x 1 = 12
- 12 x 2 = 24
- 12 x 5 = 60
- 12 x 10 = 120

$$\begin{array}{r}
 1107 \\
 - 1080 \\
 \hline
 27 \\
 - 24 \\
 \hline
 3
 \end{array}$$



$$1107 : 12 = 92,25$$

$$\begin{array}{r} \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot}{1107,00} \\ - 0 \\ \hline 11 \\ - 0 \\ \hline 110 \\ - 108 \\ \hline 27 \\ - 24 \\ \hline 30 \\ - 24 \\ \hline 60 \\ - 60 \\ \hline 0 \end{array}$$

	12
0	0 9 2 2 5

$12 \times 1 = 12$
 $12 \times 2 = 24$
 $12 \times 5 = 60$
 $12 \times 10 = 120$



$$1107 : 12 = 90 + 2 + 0,2 + 0,05$$

$$\begin{array}{r} 1107 \\ - 1080 \\ \hline 27 \\ - 24 \\ \hline 3 \\ - 2,4 \\ \hline 0,6 \\ - 0,6 \\ \hline 0 \end{array}$$

12		
12 x 10 x 9	=	1080
12 x 1 x 2	=	240
12 x 0,1 x 2	=	2,4
12 x 0,01 x 5	=	0,6

1/10
1/100

$$1107 : 12 = 92,25$$

$$1107 : 12 = 90 + 2 + 0,2 + 0,05$$

$$\begin{array}{r}
 \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{1107,00} \\
 - 0 \\
 \hline
 11 \\
 - 0 \\
 \hline
 110 \\
 - 108 \\
 \hline
 27 \\
 - 24 \\
 \hline
 30 \\
 - 24 \\
 \hline
 60 \\
 - 60 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Questo 24 in realtà corrisponde alla distribuzione di 24 *decimi*, e quindi in numero decimale corrisponde a 2,4

$$\begin{array}{r}
 1107 \\
 - 1080 \\
 \hline
 27 \\
 - 24 \\
 \hline
 3 \\
 - 2,4 \\
 \hline
 0,6 \\
 - 0,6 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$12 \times 10 \times 9 = 1080$
 $12 \times 1 \times 2 = 240$
 $12 \times 0,1 \times 2 = 2,4$
 $12 \times 0,01 \times 5 = 0,6$

$\frac{1}{10}$

$\frac{1}{100}$

Questo 60 in realtà corrisponde alla distribuzione di 60 *centesimi*, e quindi in numero decimale corrisponde a 0,6

Per Contare

Ad ogni passaggio della Tlx- sembra che stia usando dei numeri interi, ma in realtà *sto cambiando ordine di grandezza*

$$1107 : 12 = 92,25$$

$$\begin{array}{r}
 \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{1107,00} \\
 - 0 \\
 \hline
 11 \\
 - 0 \\
 \hline
 110 \\
 - 108 \\
 \hline
 27 \\
 - 24 \\
 \hline
 30 \\
 - 24 \\
 \hline
 60 \\
 - 60 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

	12
0	0 9 2 2 5

$$\begin{array}{l}
 12 \times 1 = 12 \\
 12 \times 2 = 24 \\
 12 \times 5 = 60 \\
 12 \times 10 = 120
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 1107 \\
 - 1080 \\
 \hline
 27 \\
 - 24 \\
 \hline
 3 \\
 - 2,4 \\
 \hline
 0,6 \\
 - 0,6 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

12		
12 x 10 x 9	=	1080
12 x 1 x 2	=	240
12 x 0,1 x 2	=	2,4
12 x 0,01 x 5	=	0,6

Software

CREDITI

Decine Unità Decimi Centesimi

1100
- 0
11
- 6
5

6

0 1

Oda 1u 0d 0c Oda 1u 0d 0c

Tabellina

Ad

Ricomincia

OK

For educational use only

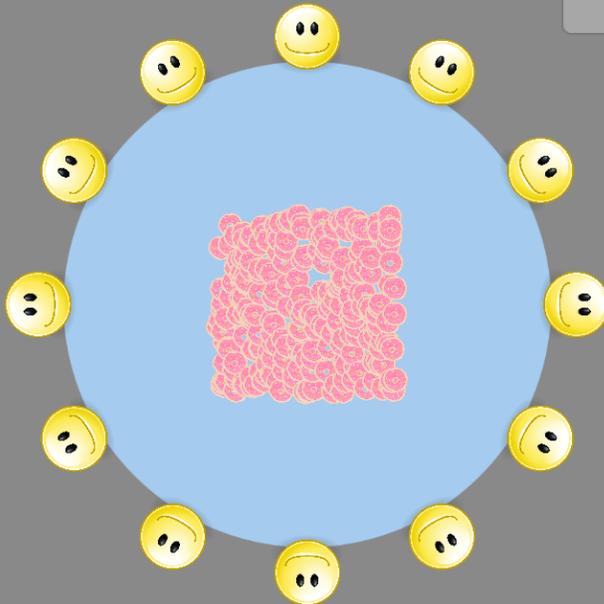
Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.



Quante ciambelle puoi dare a ciascun bambino?

246

12



Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

  **20**

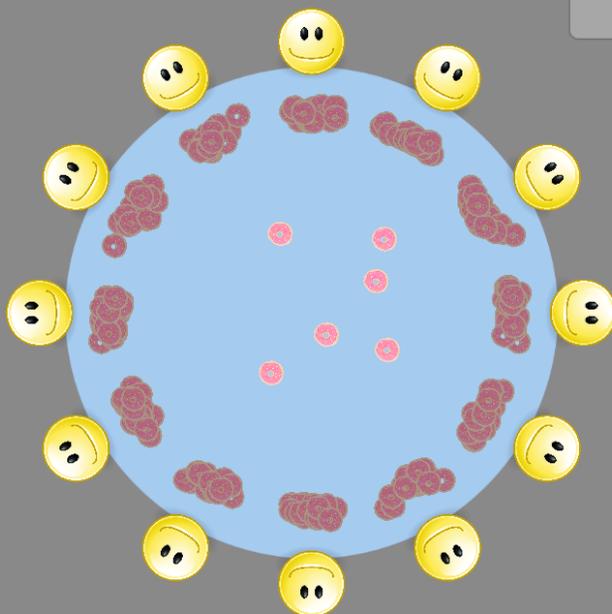
Vuoi andare avanti a dividere le ciambelle?

Si **No**

246 | **12**

$$\begin{array}{r} 240 \\ 6 \\ \hline \end{array}$$

perché **12** X **20** = 240
perché 246 - 240 = 6



Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

Si possono dare 20 ciambelle a ogni bambino e ne restano 6

OK

246 | **12**

240 perché **12** X **20** = 240
6 perché 246 - 240 = 6

20 perché **20** = 20

246 = (**12** X **20**) + **6**

Ritorniamo alla divisione all'interno dell'insieme dei numeri naturali

Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

  **20**

Vuoi andare avanti a dividere le ciambelle?

Si **No**

246 | **12**

$$\begin{array}{r} 240 \\ 6 \\ \hline \end{array}$$

perché **12** X **20** = 240
perché 246 - 240 = 6

Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

In quante parti vuoi dividere ciascuna delle ciambelle rimaste?

OK

$246 \div 12 = 20$

240 perché $12 \times 20 = 240$
 6 perché $246 - 240 = 6$

Ricomincia

Possiamo decidere come frazionare il resto: se scegliamo le frazioni generiche, per esempio dividiamo le ciambelle in 2 parti uguali...

Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

Quanta parte di ciambella puoi dare a ciascun bambino?

= OK

246 | 12

Ricomincia

Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

Quanta parte di ciambella puoi dare a ciascun bambino?

$246 \quad | \quad 12$

Ricomincia    = $\frac{1}{2}$ 

For educational use only

Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

Quanta parte di ciambella hai distribuito in totale in questo passaggio?

246 | **12**

Ricomincia

For educational use only

unity WebGL

Percontare

Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

Quante ciambelle ha preso in totale ciascun bambino dall'inizio?

OK

246 | **12**

$\frac{12}{2}$ perché $12 \times \frac{1}{2} = \frac{12}{2}$

Ricomincia

Risultato

$246 : 12 = 20 + \frac{1}{2}$

For educational use only

Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

In quante parti vuoi dividere ciascuna delle ciambelle rimaste?

246 | **12**

240 perché **12** X **20** = **240**
6 perché **246** - **240** = **6**

Ricomincia  

Possiamo decidere come frazionare il resto: se scegliamo le frazioni decimali, per esempio dividiamo le ciambelle in 10 parti uguali...

Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

Quanta parte di ciambella puoi dare a ciascun bambino?

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 10 \end{array} \bigg| \begin{array}{r} 246 \\ 12 \end{array}$$

= $\frac{1}{10}$

For educational use only

Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

Quanta parte di ciambella hai distribuito in totale in questo passaggio?

246 | **12**

Ricomincia

= $\frac{1}{10}$

For educational use only

unity WebGL

Percontare

Ci sono **246** ciambelle da dividere tra **12** bambini.

Quante ciambelle ha preso in totale ciascun bambino dall'inizio?

OK

246 | **12**

$\frac{60}{10}$ perché $12 \times \frac{5}{10} = \frac{60}{10}$

Ricomincia

Risultato

$246 : 12 = 20 + \frac{5}{10}$

For educational use only

E se il dividendo «ha la virgola»?

$$1105,5 : 3 = 368,5$$

$$1105,5 : 3 = 300 + 60 + 8 + 0,5$$

$$\begin{array}{r}
 \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot}{1105,5} \\
 - 0 \\
 \hline
 11 \\
 - 9 \\
 \hline
 20 \\
 - 18 \\
 \hline
 25 \\
 - 24 \\
 \hline
 15 \\
 - 15 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

	3	
0	3 6 8 5	

$3 \times 1 = 3$
 $3 \times 2 = 6$
 $3 \times 3 = 9$
 $3 \times 4 = 12$
 $3 \times 5 = 15$
 $3 \times 6 = 18$
 $3 \times 7 = 21$
 $3 \times 8 = 24$
 $3 \times 9 = 27$
 $3 \times 10 = 30$



$$\begin{array}{r}
 1105,5 \\
 - 900 \\
 \hline
 205,5 \\
 - 180 \\
 \hline
 25,5 \\
 - 24 \\
 \hline
 1,5 \\
 - 1,5 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

	3	
	$3 \times 300 = 900$	
	$3 \times 60 = 180$	
	$3 \times 8 = 24$	
	$3 \times 0,5 = 1,5$	



$$1105,5 : 3 = 368,5$$

$$\begin{array}{r} \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot}{1105,5} \\ - 0 \\ \hline 11 \\ - 9 \\ \hline 20 \\ - 18 \\ \hline 25 \\ - 24 \\ \hline 15 \\ - 15 \\ \hline 0 \end{array}$$

	3
0	3 6 8 5

Questo 15 in realtà corrisponde alla distribuzione di 15 *decimi*, e quindi in numero decimale corrisponde a 1,5

- 3 x 5 = 15
- 3 x 6 = 18
- 3 x 7 = 21
- 3 x 8 = 24
- 3 x 9 = 27
- 3 x 10 = 30

$$1105,5 : 3 = 300 + 60 + 8 + 0,5$$

$$\begin{array}{r} 1105,5 \\ - 900 \\ \hline 205,5 \\ - 180 \\ \hline 25,5 \\ - 24 \\ \hline 1,5 \\ - 1,5 \\ \hline 0 \end{array}$$

	3	
3 x	300	= 900
3 x	60	= 180
3 x	8	= 24
3 x	0,5	= 1,5

E se anche il divisore «ha la virgola»?

“

In classe III vogliono costruire nel corridoio davanti alla loro classe una linea del tempo su cui sistemare gli eventi significativi che stanno studiando. La maestra di III ha a disposizione tanti fogli lunghi 0,4 m, e vorrebbe quindi utilizzare quelli per realizzare la linea del tempo. Proviamo ad aiutarli a progettare quanti fogli servono al minimo per costruire una linea del tempo che attraversi tutta la parete del corridoio, se questa è lunga 8,5 m?

Si ringrazia, per l'idea sulla situazione problematica,
Paolo Boero

Oppure posso scegliere di cambiare unità di misura!

Se converto 8,5 m in 85 dm e 0,4 m in 4 dm, mi rendo conto che basta dividere 85 per 4

$$\begin{array}{r}
 8,5 \\
 - 4 \\
 \hline
 4,5 \\
 - 4 \\
 \hline
 0,5 \\
 - 0,4 \\
 \hline
 0,1 \\
 - 0,08 \\
 \hline
 0,02 \\
 - 0,02 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 0,4 \\
 \hline
 0,4 \times 10 = 4 \\
 0,4 \times 10 = 4 \\
 0,4 \times 1 = 0,4 \\
 0,4 \times 0,2 = 0,08 \\
 0,4 \times 0,05 = 0,020
 \end{array}$$

$$8,5 : 0,4 = 10 + 10 + 1 + 0,2 + 0,05$$

La scrittura del «risultato»

La scrittura del «risultato»

$$2504 = 47 \times 53 + 13$$

NON

$$2504 : 47 \times 53 \ r \ 13$$

Scrittura priva di senso matematico.
Uso scorretto del simbolo di uguaglianza.

Il simbolo di = in matematica



Ciò che scriviamo a *sinistra* di = dev'essere *uguale* a ciò che scriviamo a *destra*, e viceversa

Il simbolo di = in matematica

$$1539 = 24 \times 64 + 3$$


Ciò che scriviamo a *sinistra* di = dev'essere *uguale* a ciò che scriviamo a *destra*, e viceversa

Il simbolo di = in matematica

$$1539:24 = 64 + \frac{3}{24}$$

Ciò che scriviamo a *sinistra* di = dev'essere *uguale* a ciò che scriviamo a *destra*, e viceversa

Il simbolo di = in matematica

$$1539:24 = 64,125$$



Ciò che scriviamo a *sinistra* di = dev'essere *uguale* a ciò che scriviamo a *destra*, e viceversa

Estendiamo la divisione «Tlx- »

$\begin{array}{r} \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{2550000} \\ - 0 \\ \hline 25 \\ - 0 \\ \hline 255 \\ - 240 \\ \hline 150 \\ - 144 \\ \hline 60 \\ - 48 \\ \hline 120 \\ - 96 \\ \hline 240 \\ - 240 \\ \hline 0 \end{array}$	<div style="text-align: center; margin-bottom: 10px;">48</div> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 20px; height: 20px;">0</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">0</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">5</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">3</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">1</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">2</td> <td style="width: 20px; height: 20px;">5</td> </tr> </table> $48 \times 1 = 48$ $48 \times 2 = 96$ $48 \times 5 = 240$ $48 \times 10 = 480$	0	0	5	3	1	2	5
0	0	5	3	1	2	5		

Svolgo passaggi secondo l'acronimo:

«Taggo» la prima *cifra decimale* del divisore (che in questo caso sarebbe 0)

Inserisco il numero di volte che ci sta il divisore (aggiungendo una cella al quoziente)

x multiplico il divisore per il numero trovato
– sottraggo

Continuo a ripetere il processo Tlx- fino a che non ritengo completata la divisione

$2550 = 48 \times 53,125$

$2550 : 48 = 53,125$

Se il quoziente è un numero decimale finito, il processo di divisione prima o poi termina; altrimenti sarà un numero decimale periodico e quindi può continuare all'infinito. In entrambi i casi, ci si può fermare quando si ritiene di aver trovato un numero sufficiente di cifre decimali, e andando (eventualmente) per approssimazione.

$$\begin{array}{r}
 \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{2550000} \\
 \underline{-0} \\
 25 \\
 \underline{-0} \\
 255 \\
 \underline{-240} \\
 150 \\
 \underline{-144} \\
 60 \\
 \underline{-48} \\
 120 \\
 \underline{-96} \\
 240 \\
 \underline{-240} \\
 0
 \end{array}$$

48						
0	0	5	3	1	2	5

$48 \times 1 = 48$
 $48 \times 2 = 96$
 $48 \times 5 = 240$
 $48 \times 10 = 480$

$2550 : 48 = 53,125$

$$\begin{array}{r}
 \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{2550,37} \\
 \underline{-0} \\
 2 \\
 \underline{-0} \\
 25 \\
 \underline{-0} \\
 255 \\
 \underline{-240} \\
 150 \\
 \underline{-144} \\
 63 \\
 \underline{-48} \\
 157 \\
 \underline{-144} \\
 13
 \end{array}$$

48						
0	0	5	3	1	3	

$2550,37 : 48 \approx 53,13$

La scrittura del «risultato»

$$10 : 3 \approx 0,333 \quad \text{oppure} \quad 10 : 3 = 0,\overline{3}$$

NON

$$10 : 3 = 0,333$$

Scrittura imprecisa da un punto di vista matematico: $\frac{10}{3}$ è un numero razionale che non può essere convertito in una frazione decimale!

$$\text{Invece } 0,333 = \frac{333}{1000}$$

Grazie!!!

<https://www.percontare.it/guide/classe-quinta/>

Geometria

Primi elementi di geometria dinamica

Proprietà dei poligoni

Area dei rettangoli

Area di quadrilateri e triangoli

Frazioni

Un software misterioso

Moltiplicazioni con decimali

Diagramma rettangolo con la virgola

Gelosia con la virgola

Estensione della divisione

Tlx- con la virgola

Canadese con la virgola

Unità di misura

Estensione delle equivalenze