

WEBINAR

*Nuovi sviluppi del progetto **PerContare**: la guida per la classe terza*

Alessandro Ramploud e Silvia Funghi
Università di Pisa



25 Giugno 2020

Indice

- Presentazione di 2 esempi della guida per la classe III primaria:
 - Le frazioni con la stadera
 - Scoperta dei "perché" a partire dal confronto tra la moltiplicazione con diagramma rettangolo e la moltiplicazione per gelosia
- Pianificazione dei contenuti nelle guide per le classi III primaria

Le frazioni

- Le frazioni sono uno dei **contenuti nodali** della matematica insegnata nella scuola primaria
- Sono però uno dei contenuti su cui **gli allievi trovano più difficoltà**
 - Conflitto con i numeri naturali
 - *Polisemanticità* della frazione

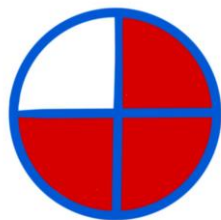
Conflitto con i numeri naturali

Molte difficoltà derivano dall'**errata generalizzazione di alcune proprietà** dei numeri naturali:

- Nell'insieme delle frazioni, **non esiste un'unica frazione immediatamente precedente o successiva** rispetto ad una data;
- Il **risultato della moltiplicazione** di un numero per una frazione non è necessariamente un numero maggiore di quello di partenza
- La stessa frazione può essere rappresentata da **scritture simboliche diverse** (frazioni equivalenti)

Differenti significati di frazione (polisemanticità)

Frazioni come parte-tutto



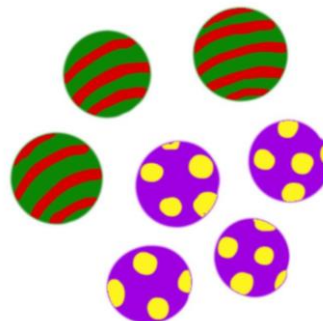
Frazioni come punto su una retta



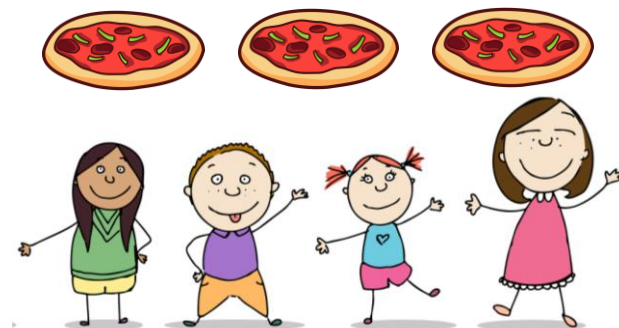
Frazioni come operatore

$$\frac{3}{4} \text{ di } 20$$

Frazioni come rapporto



Frazioni come quoziente

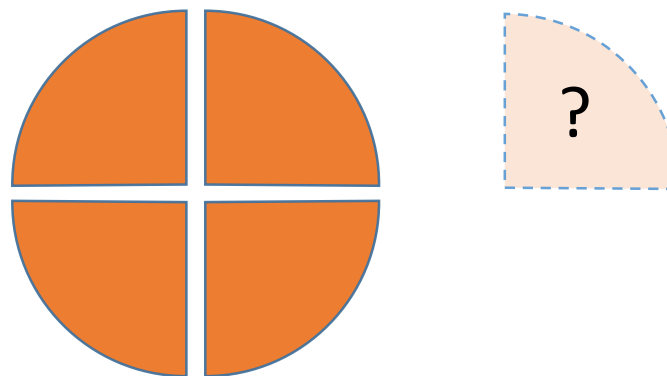


Le frazioni maggiori dell'intero

Difficoltà del significato delle frazioni come parte-tutto:

- Il problema del passaggio alle **frazioni maggiori di 1**

*"Dividiamo
l'intero in 4 parti
e prendiamone 5"*

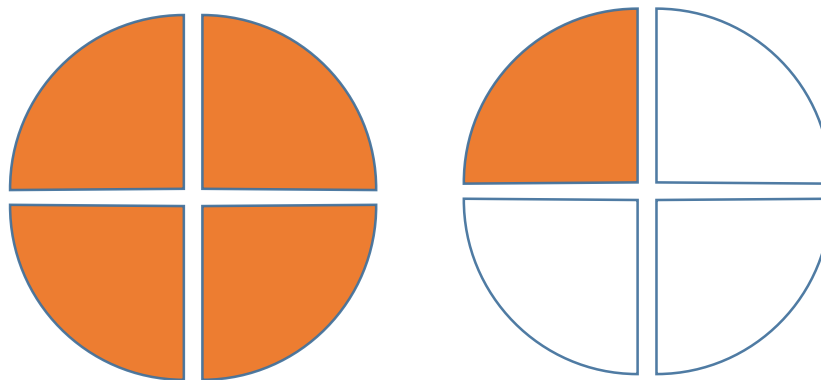


Le frazioni maggiori dell'intero

Difficoltà del significato delle frazioni come parte-tutto:

- Il problema del passaggio alle **frazioni maggiori di 1**

*"Dividiamo
l'intero in 4 parti
e prendiamone 5"*

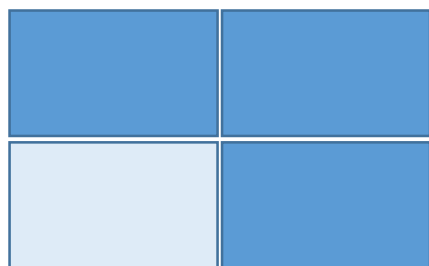


Perché un
bambino non
dovrebbe
rispondere $\frac{5}{8}$?

Le frazioni: differenti modalità di "dirle"

Il problema della **lettura delle frazioni** nel linguaggio

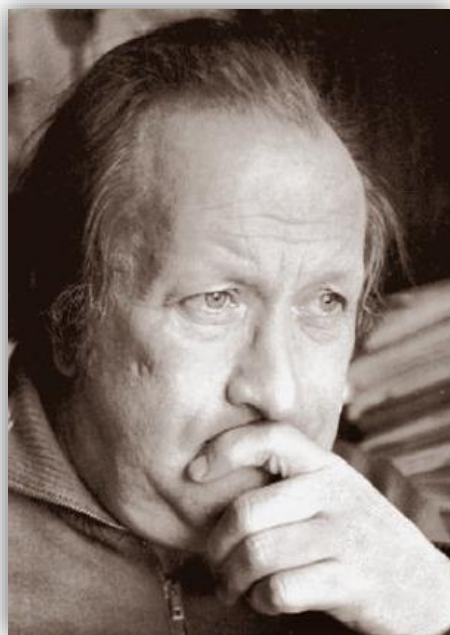
$$\frac{3}{4}$$



Tre quarti

Di quattro parti, tre

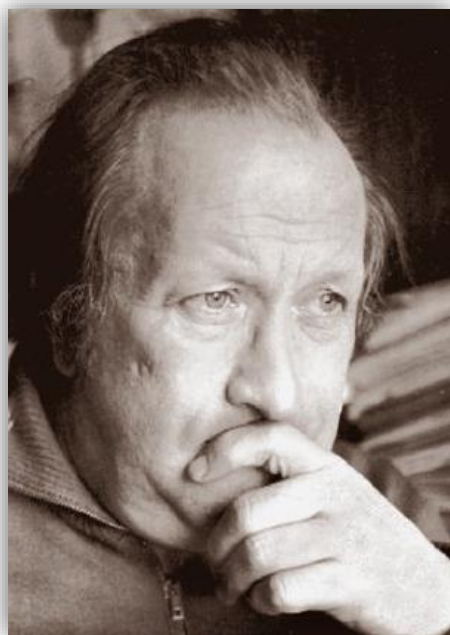
Le frazioni e l'approccio di Davydov



Davydov propone un **Curriculum ED**, progettato e sperimentato in Russia negli anni Sessanta/Settanta, per la scuola primaria:

- Nell'ambito della didattica della matematica evidenzia la necessità di introdurre un'**idea di numero che riesca a includere sia numeri naturali che frazioni** (... e anche i numeri reali)

Le frazioni e l'approccio di Davydov



Introduce quindi l'idea del **numero «come misura»**.

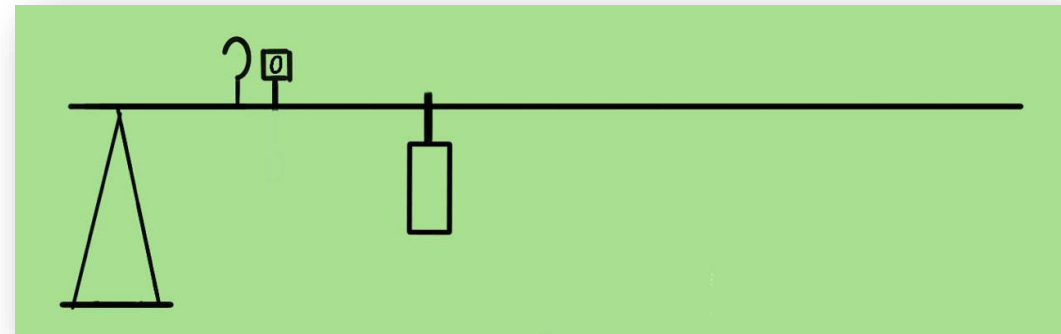
La **quantità** è una caratteristica che rende confrontabili gli elementi di un insieme.

- Una quantità di riferimento viene scelta come **unità di misura** e indicata con una **lettera**.
- I **numeri** vengono introdotti attraverso il **rapporto tra la quantità da misurare e l'unità di misura**.



Dal numero per contare al **numero per misurare**

Le frazioni con la stadera



Le frazioni con la stadera



Le frazioni con la stadera

Fase Preliminare

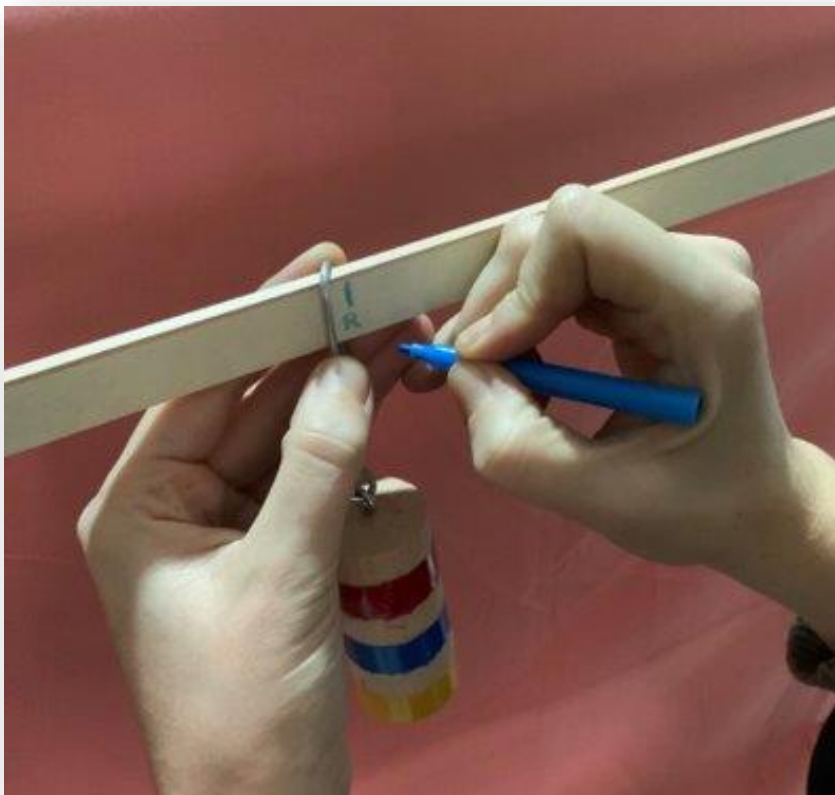
L'insegnante propone alla classe di mettere in funzione la stadera per poi pesare alcuni oggetti. Fino a questo momento la stadera presente in classe, **non ha lo zero** sul braccio e il romano si trova in una posizione casuale.



L'insegnante chiede ai bambini se hanno idee su come fare per rendere funzionante la stadera. L'insegnante guida la discussione perché emerga la necessità di **mettere la tacca dello zero sul braccio**.

Dovrà essere chiaro che il punto zero deve essere trovato in modo che **il braccio sia in equilibrio orizzontale quando il piatto è vuoto**.

Le frazioni con la stadera



Lancio

L'insegnante propone alla classe di pesare un sacchetto di riso, il cui peso verrà indicato con la lettera **R** sul braccio della stadera.

Le frazioni con la stadera

Consegna

“Oggi voi non lavorerete con il riso, ma con altri legumi o cereali.

*Con il farro (ceci, lenticchie, ecc..) che avete a disposizione dovete fare dei sacchetti che pesano la metà di **R**.*

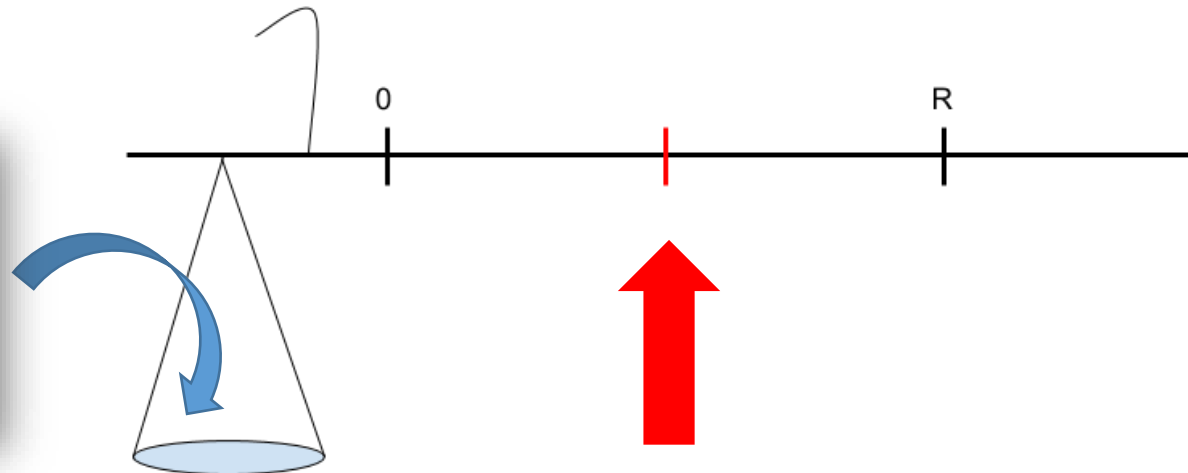
Provate a essere più precisi possibile. Potete usare la stadera, ma il sacchetto di riso deve restare sulla cattedra.”

Le frazioni con la stadera

Esplorazione

Ci sono due strategie fondamentali che potrebbero emergere in questa attività:

- Riconoscere che il peso che si ottiene dividendo il peso **R** in due parti uguali corrisponde a metà della distanza di **R** dallo zero sul braccio della stadera; posizionare lì il romano e poi procedere con pesate successive a preparare un sacchetto che pesa la metà di **R**



Le frazioni con la stadera

Esplorazione

Ci sono due strategie fondamentali che potrebbero emergere in questa attività:

- Preparare un sacchetto che pesa quanto **R** e poi dividerlo in due sacchetti che pesano entrambi la metà di **R** (pesando le due parti in modo che il romano si trovi sullo stesso punto del braccio)



Le frazioni con la stadera

Discussione

A questo punto l'insegnante darà inizio alla discussione. I vari gruppi racconteranno cosa hanno fatto. Se una delle strategie indicate prima non è stata applicata da nessun gruppo l'insegnante può introdurla con uno stratagemma e chiede ai bambini e alle bambine cosa ne pensano.

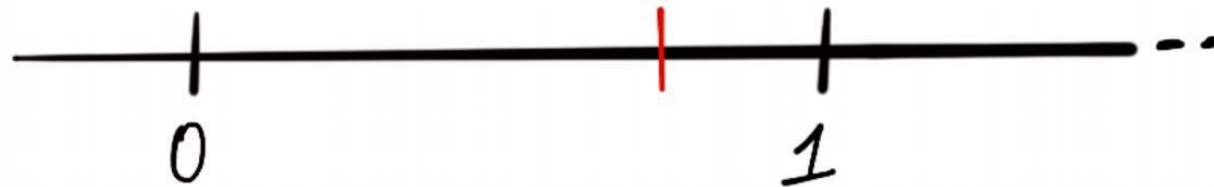
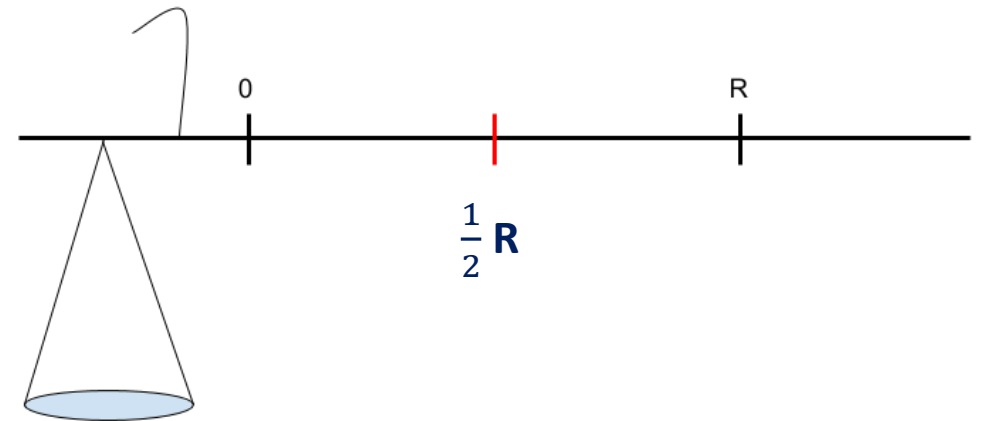
Alla fine della discussione, la classe dovrà decidere cosa scrivere in corrispondenza della tacca. Dovrà emergere che il punto si chiama $\frac{1}{2} \mathbf{R}$.

Le frazioni con la stadera

Osservazioni

- La quantità utilizzata è il **peso**.
- L'**unità di misura** è rappresentata dal peso di uno specifico sacchetto di riso.
- Gli studenti stimano e misurano le frazioni di diverse unità utilizzando **altri materiali**, quindi $\frac{1}{2}$ **R** non ha più una relazione con uno specifico sacchetto di riso, ma **solo delle unità di riferimento**.
- Emerge una relazione tra la **frazione come operatore** (su diverse quantità peso) e il **posizionamento della frazione sulla retta** attraverso il posizionamento della tacca sul braccio della stadera.

Le frazioni con la stadera



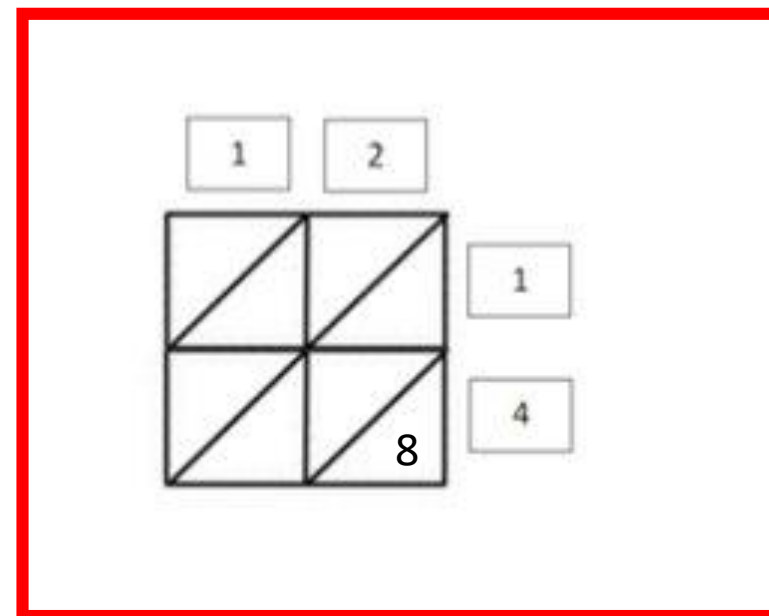
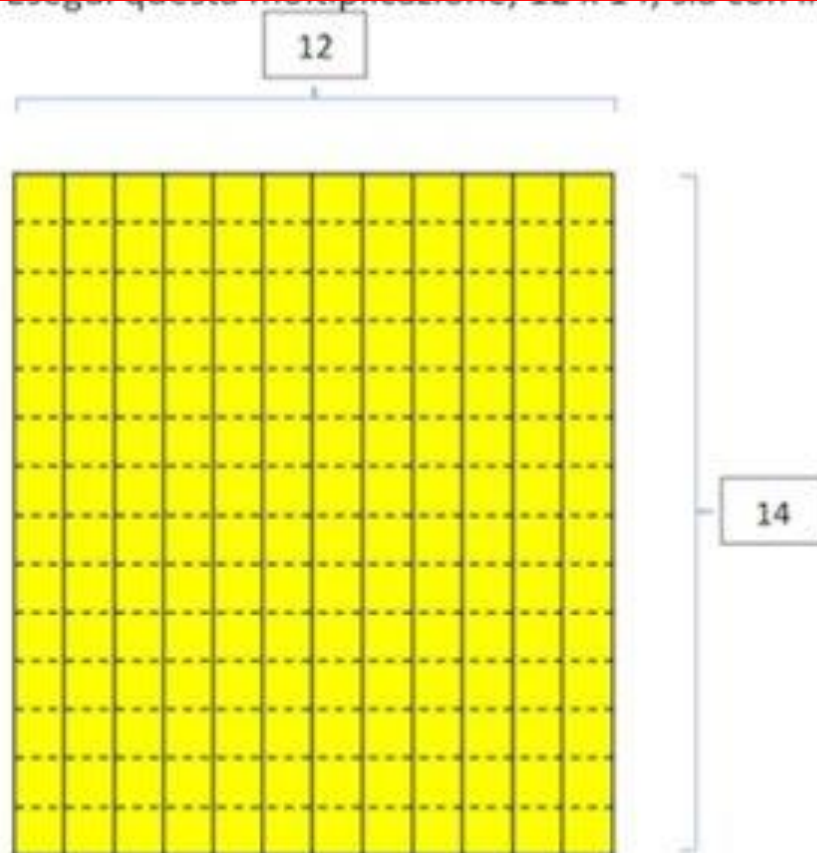
Le frazioni con la stadera

- La stadera non viene tanto usata come strumento per pesare, quanto per ragionare su relazioni tra pesi di diversi oggetti: il funzionamento della stadera (posizionamento del romano sul braccio) riflette queste relazioni trasponendoli come frazioni lungo una linea (**frazioni come numeri sulla linea**)
- Molto importante è il passaggio dalla manipolazione dell'artefatto alla rappresentazione che simula la stadera (**rappresentazione situata**), e successivamente la transizione al posizionamento sulla linea dei numeri

La moltiplicazione con diagramma rettangolo vs il diagramma a gelosia

- Difficoltà dei bambini sulla memorizzazione di procedure di calcolo
- Difficoltà nella costruzione di significati matematici alla base della procedura
- Difficoltà nelle procedure standard, che si concentrano principalmente sul canale comunicativo verbale o visivo-verbale

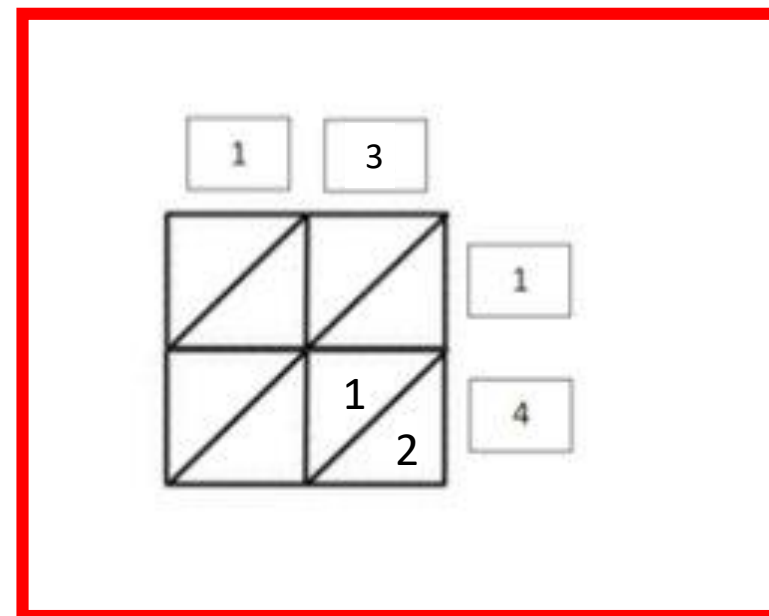
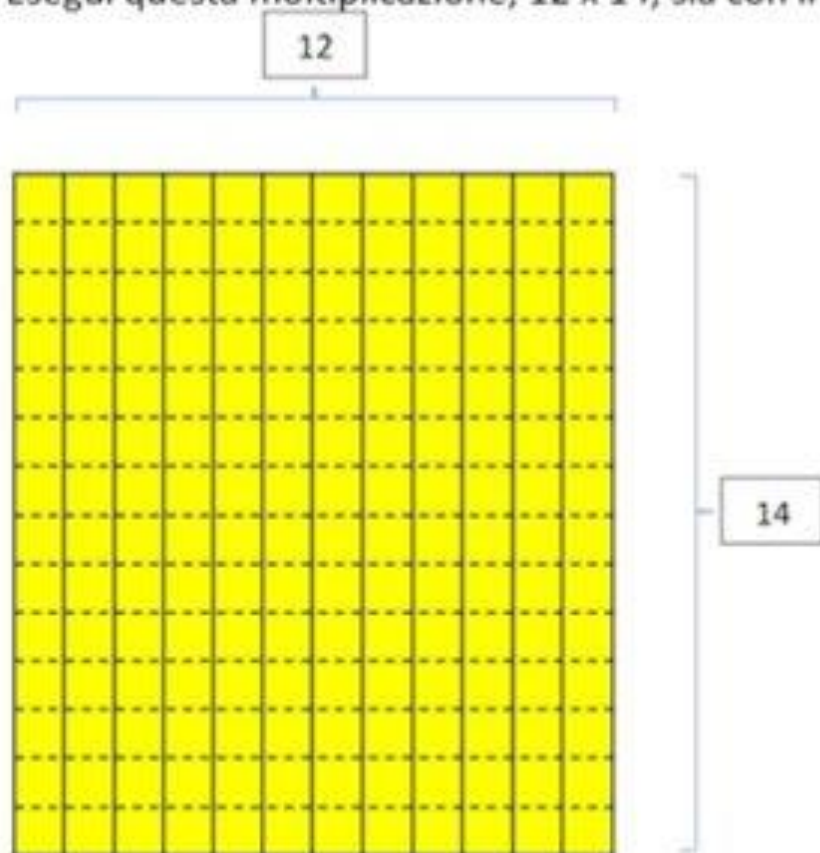
Esegui questa moltiplicazione, 12×14 , sia con il diagramma rettangolo, che con il diagramma "gelosia"



Scrivi il risultato della
moltiplicazione con il diagramma rettangolo

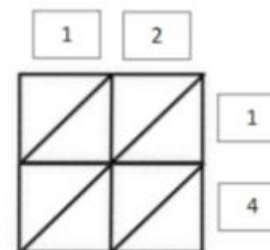
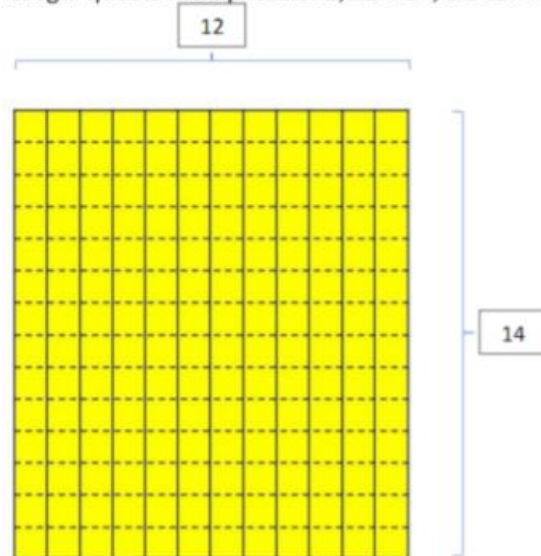
Scrivi il risultato della
moltiplicazione con il diagramma "gelosia"

Esegui questa moltiplicazione, 12×14 , sia con il diagramma rettangolo, che con il diagramma "gelosia"



Scrivi il risultato della moltiplicazione con il diagramma rettangolo	Scrivi il risultato della moltiplicazione con il diagramma "gelosia"

Esegui questa moltiplicazione, 12×14 , sia con il diagramma rettangolo, che con il diagramma "gelosia"



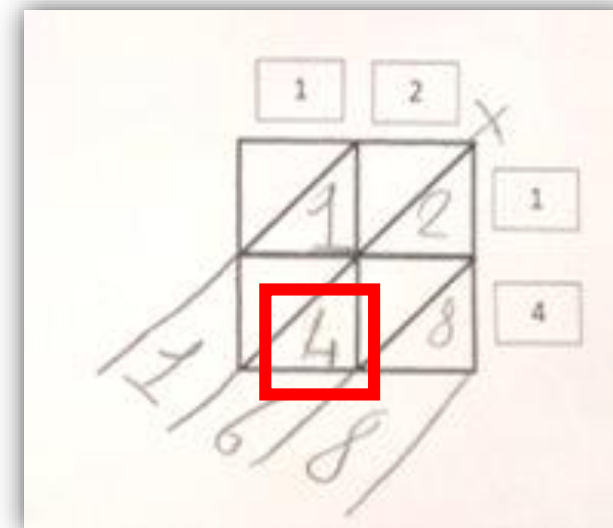
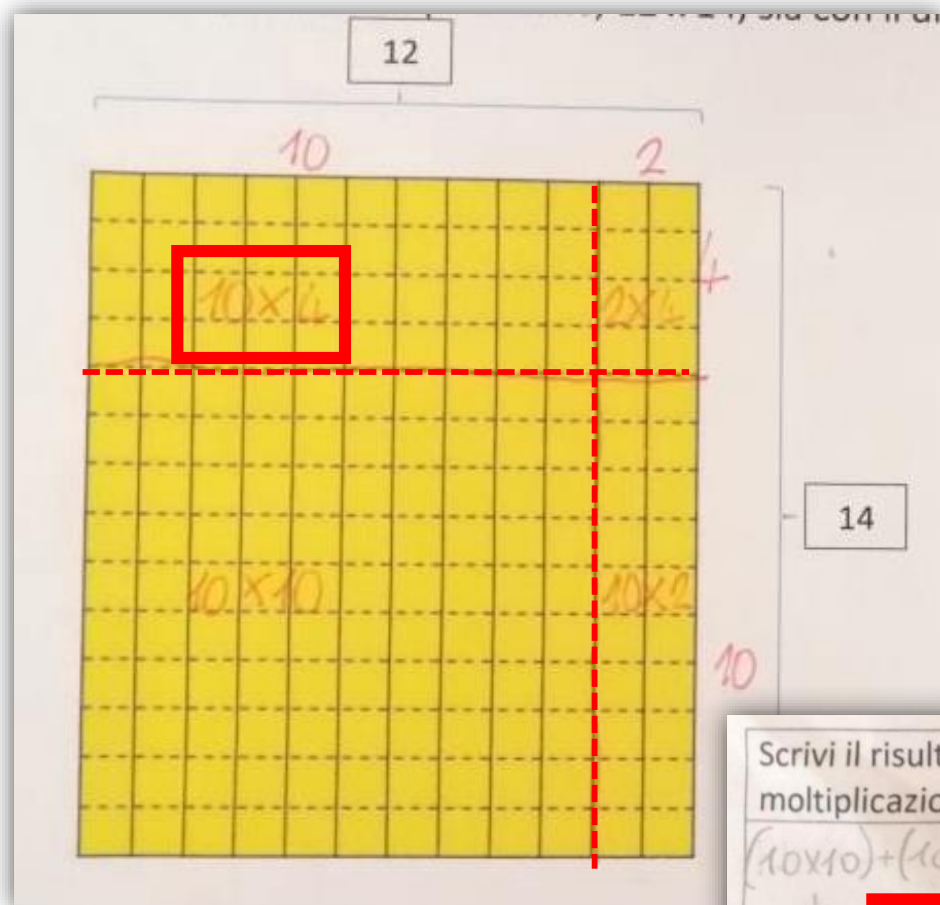
Scrivi il risultato della moltiplicazione con il diagramma rettangolo	Scrivi il risultato della moltiplicazione con il diagramma "gelosia"

Confronto di procedure come
spazio per possibili argomentazioni

Scrivi il risultato della moltiplicazione con il diagramma rettangolo	Scrivi il risultato della moltiplicazione con il diagramma "gelosia"
$(10 \times 10) + (10 \times 4) + (2 \times 4) + (2 \times 10) = 168$ $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$ $100 \quad 40 \quad 8 \quad 20 = 168$	$(2 \times 1) + (2 \times 4) + (1 \times 1) + (1 \times 4) = 8 + 0 = 8 + 20 + 40 = 60$ $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$ $2 \quad 8 \quad 1 \quad 4 =$ $100 + 0 = 100$ $da \quad u \quad h \quad da \quad 168$

Il diagramma rettangolo *mantiene la cardinalità*
tutti i numeri sono espressi in unità

Il diagramma gelosia *non mantiene la cardinalità*
I numeri sono espressi in unità, decine, centinaia, etc.



Scrivi il risultato della moltiplicazione con il diagramma rettangolo	Scrivi il risultato della moltiplicazione con il diagramma "gelosia"
$(10 \times 10) + (10 \times 4) + (2 \times 4) + (2 \times 10) = 168$ $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$ $100 \quad 40 \quad 8 \quad 20 = 168$	$(2 \times 1) + (2 \times 4) + (1 \times 1) + (1 \times 4) = 8 + 0 = 8 + 20 + 40 = 60$ $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$ $2 \quad 8 \quad 1 \quad 4 = 100 + 0 = 100$
	da u ch da 168

La moltiplicazione con diagramma rettangolo vs il diagramma a gelosia

- Procedure che mostrano i significati rispetto a procedure che li celano (scatola bianca-trasparente/scatola nera)
- Confronto di procedure come possibilità di argomentazione

Struttura delle guide per le classi III


Ogni nucleo concettuale affrontato all'interno delle guide viene suddiviso in una serie di **attività**.

Le attività sono proposte in un **ordine logico e cronologico**, che vi invitiamo a seguire.

Ogni attività è suddivisa, al suo interno, in diverse **fasi**. Ogni fase può essere realizzata all'interno di una **lezione** di circa 1 ora (ma l'insegnante può estenderne la durata o accorpare più fasi in una sola lezione, se ha più di 1 ora a disposizione).

Struttura delle guide per le classi III

Ogni fase, al suo interno, è composta di 3 momenti fondamentali:

- **Lancio**  *Costituisce l'inizio della lezione, l'input con cui l'insegnante comincia la presentazione dell'argomento del giorno.*
- **Esplorazione**
- **Discussione**

“

Vi va di continuare a aiutarmi con le attività sulle frazioni?

Anche oggi giocheremo in piccoli gruppi con i nastri colorati.

Come sempre è molto importante scrivere tutto quello che avete pensato sulla scheda per provare a spiegare agli altri gruppi cosa vi sembra di aver scoperto.

Struttura delle guide per le classi III

Ogni fase, al suo interno, è composta di 3 momenti fondamentali:

- **Lancio**
- **Esplorazione**
- **Discussione**



Costituisce la parte centrale della lezione, in cui gli alunni esplorano possibili soluzioni relative ad una consegna posta dall'insegnante



Provate a dividere il nastro colorato in 2 (3, 4 o 6) strisce tutte di lunghezza uguale.

Struttura delle guide per le classi III

Ogni fase, al suo interno, è composta di 3 momenti fondamentali:

- **Lancio**
- **Esplorazione**
- **Discussione**



Costituisce la parte in cui l'insegnante chiede agli alunni di restituire a tutti le proprie riflessioni sull'esplorazione svolta, e successivamente orchestra una discussione tra tutti in modo da far emergere gli aspetti chiave delle varie soluzioni

Struttura delle guide per le classi III

Ogni fase, al suo interno, è composta di 3 momenti fondamentali:

- Lancio
- Esplorazione
- Discussione

Conclusioni



“

Siete stati bravissimi! Oggi abbiamo visto che tagliare il nastro uguale a uno dei moduli non è stato sempre facile: vedremo, nelle prossime volte, se a trovare dei modi più semplici per farlo.

Costituisce la parte in cui l'insegnante ricapitola quanto emerso durante la lezione e ne sottolinea in poche parole gli aspetti essenziali

Struttura delle guide per le classi III

- Le guide sono pensate per essere uno strumento **multimediale**:
 - Riferimenti ad altre parti del sito
 - Video/audio di sperimentazioni condotte in classe
 - Video/audio tutorial per la costruzione di materiali
 - Video/audio con consigli degli esperti
- Possono essere percorse in differenti modalità, scegliendo anche tematiche specifiche da sviluppare in classe
- consigliamo le/gli insegnanti di scegliere un percorso, per cominciare, e seguirlo tutto, tenendo presente che molti significati vengono costruiti in modo ciclico, o meglio a spirale, in anni successivi

Struttura delle guide per le classi III

Consigliamo a tutte/i coloro che vogliano seguire i materiali proposti all'interno della guida di:

- Tenere traccia (documentare) diffusamente delle proposte didattiche *(audio o video registrazione, appunti scritti, foto, cartelloni, disegni, LIM,...)*
- Riprendere gli argomenti trattati «a spirale»:



Far tornare gli alunni in modo ricorrente sugli stessi argomenti, ma con continui cambiamenti di punto di vista: quando si torna al concetto, dopo averlo approfondito, è possibile fare diverse analisi e rappresentazioni di ciò che era stato analizzato in precedenza.

**Per questo è
importante
documentare!**

(Bruner, J. (1960). The Process of Education. Cambridge, MA: The President and Fellows of Harvard College)

Pianificazione dei contenuti nelle guide per la classe III

Misura

- Stima
- I tre moduli

Moltiplicazioni

- Bruco della posizionalità
- Diagramma Rettangolo
- Diagramma a Gelosia

Frazioni

- Dividere in parti uguali
- Confronto di frazioni
- Frazioni sulla linea dei numeri

Divisioni

- Divisioni con resto 0
- Divisioni con resto diverso da 0

Geometria piana

- Percorsi con GeomBot
- Angoli
- Figure geometriche (rettangoli)

Classe Terza – provvisoria

Cerca...



Misura

1. Stima
2. I tre moduli

Moltiplicazioni

1. Bruco della posizionalità
2. Diagramma Rettangolo
3. Diagramma a Gelosia



Frazioni

1. Dividere in parti uguali
2. Confronto di frazioni
3. Frazioni sulla linea dei numeri

Divisioni

1. Divisioni con resto 0
2. Divisioni con resto diverso da 0

Geometria piana

1. Percorsi con GeomBot
2. Angoli
3. Figure geometriche (rettangoli)

Software sviluppati per le guide per la classe III

- Software per la **divisione canadese**
- Software per la **moltiplicazione per gelosia**
- Software per la **moltiplicazione con diagramma rettangolo** (*in progress*)
- Snap – software per la sperimentazione con **GeomBot**
- Snap – software per la costruzione di percorsi virtuali

Software sviluppati per le guide per la classe III

Ci sono 63 ciambelle da dividere tra 4 bambini.

Quante ciambelle puoi dare a ciascun bambino?

10

63 | 4

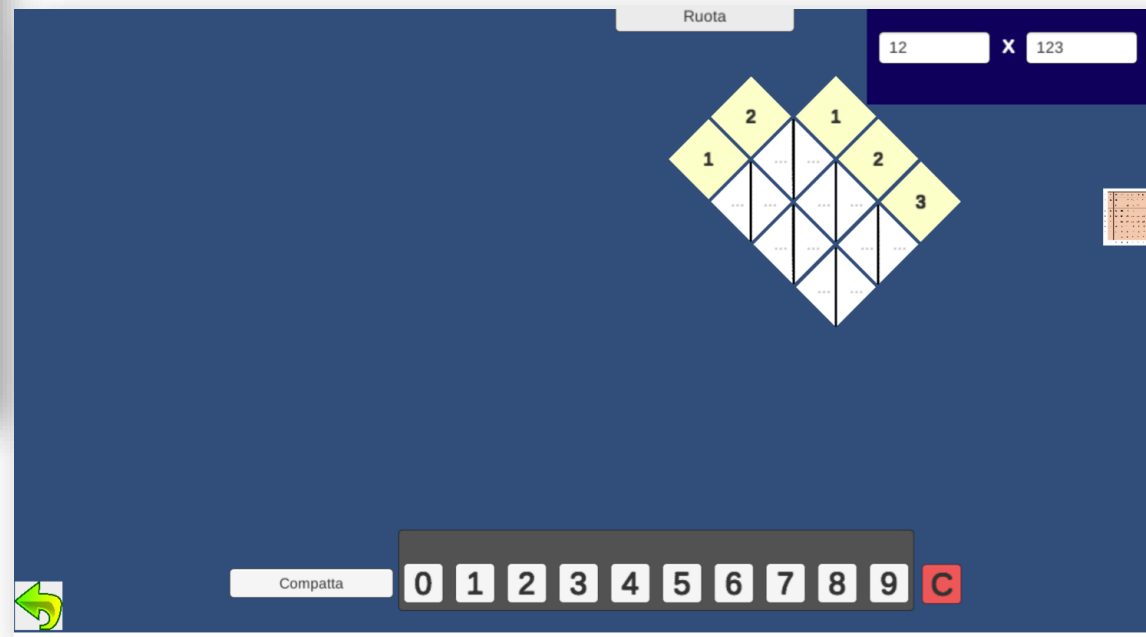
date 40 perché 4 X 10 = 40
rimangono 23 perché 63 - 40 = 23

OK



Ruota

12 X 123



Compatta

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 C

WEBINAR

*Nuovi sviluppi del progetto **PerContare**: la guida per la classe terza*

Grazie

25 Giugno 2020