

# Webinar Progetto *PerContare* *PerContare: l'approccio e le attività con le frazioni*

*Anna Baccaglini-Frank, Alessandro Ramploud e Silvia Funghi*  
*Università di Pisa*



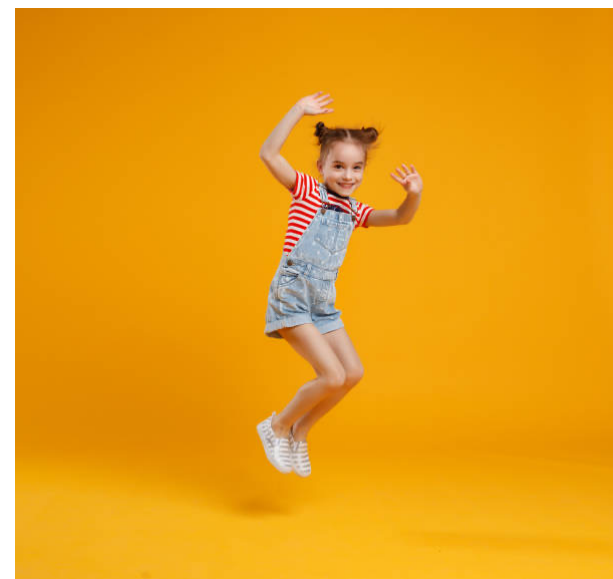
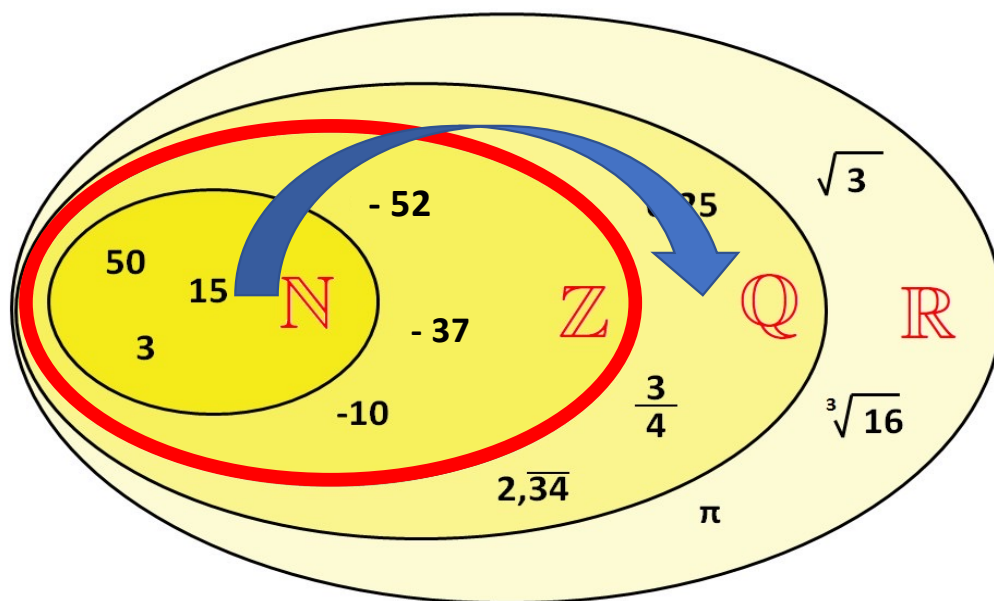
## Indice

- Introduzione: «le frazioni sono difficili»
- Frazione come punto su una retta: somma, sottrazione, confronto di frazioni
- Futuri sviluppi: frazione per lo sviluppo del significato di moltiplicazione/divisione tra numeri decimali ed equivalenze

# Le frazioni sono difficili

Introduzione

## Il salto... fra II, III e IV primaria



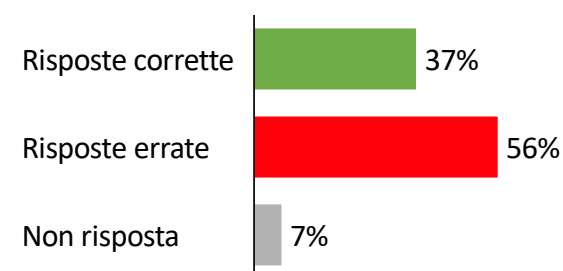
## Alcuni esempi di difficoltà con le frazioni

## Le difficoltà con le frazioni

D25. Osserva le seguenti rappresentazioni di numeri.

50%       $\frac{1}{2}$       0,2       $\frac{5}{10}$

Cerchia tutte quelle che rappresentano lo stesso numero.




50%    $\frac{1}{2}$    0,2    $\frac{5}{10}$

Cerchia tutte quelle che rappresentano lo stesso numero.

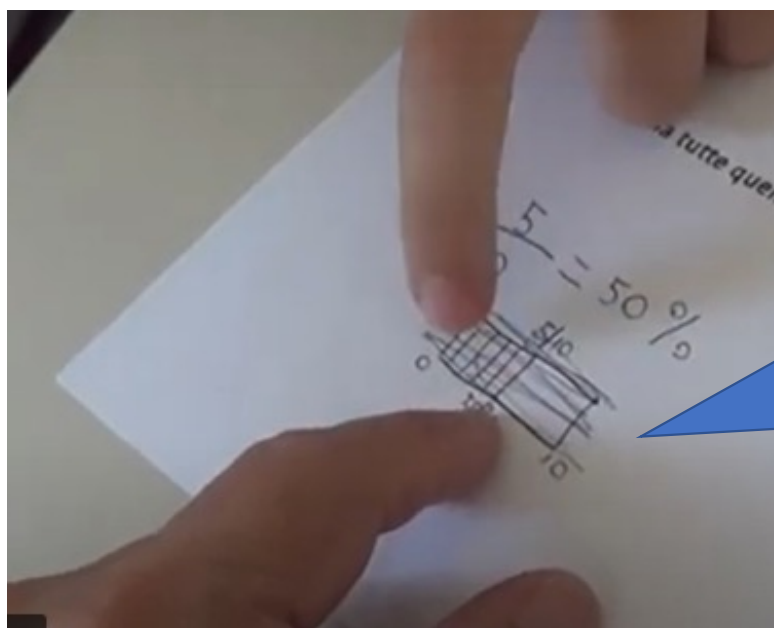
50%    $\frac{1}{2}$    0,2    $\frac{5}{10}$

5 = META' DI 100

META



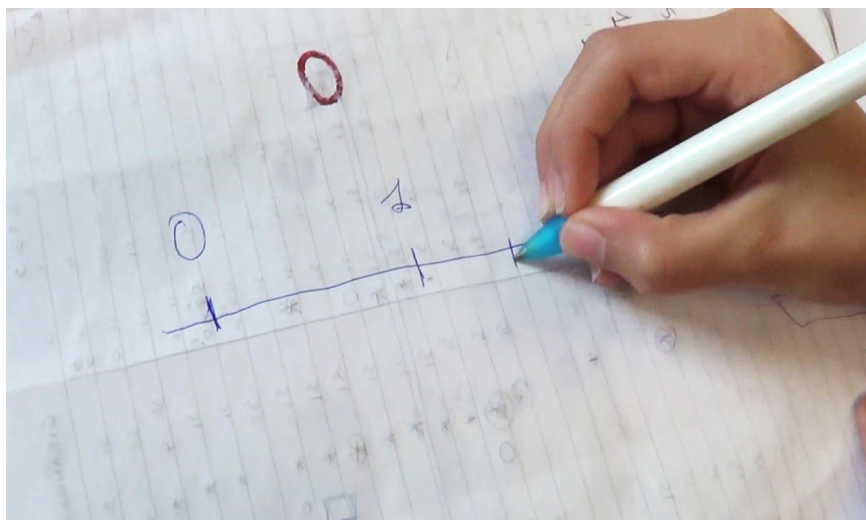
## Per esempio, da un quesito INVALSI



$\frac{5}{10}$  sono tutti questi [indica le parti];  
 $\frac{1}{2}$  non è diviso [in parti]



# Le difficoltà con le frazioni



**I:** Un mezzo dove lo metteresti?

**C:** Qui. *(indica a colpo sicuro il punto centrale tra 1 e 2)*

**I:** E  $\frac{5}{10}$  ?

**C:** *(pausa)* Qua non... *(fa un gesto con la mano che indica la lunghezza della retta disegnata)*

**I:** Non ci sta qua? Ci vuole più a destra?

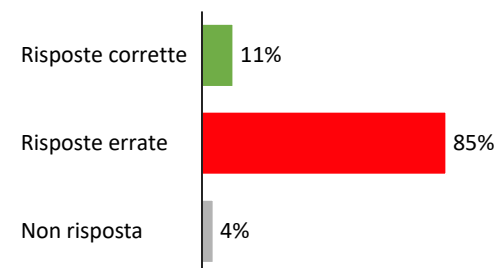
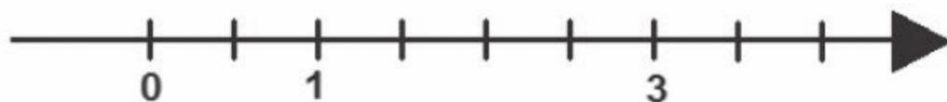
**C:** *(annuisce)*

**I:** Allora  $\frac{5}{10}$  non è uguale a un mezzo?

**C:** È la metà, sì... 5 è la metà di 10.

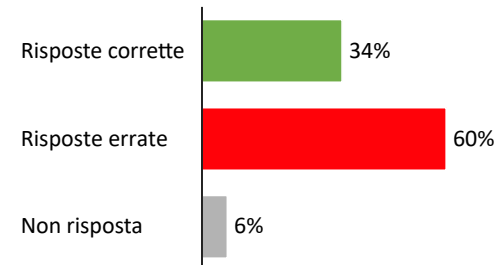
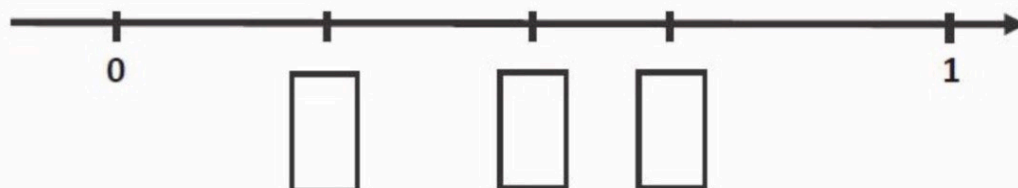
**D8. Posiziona sulla retta i seguenti numeri:**

2    2,5     $\frac{3}{2}$      $\frac{5}{10}$



**D12. Scrivi nei riquadri i seguenti numeri, posizionandoli correttamente sulla retta.**

$\frac{1}{2}$      $\frac{1}{4}$      $\frac{2}{3}$



# Le frazioni sono difficili

Perché?

Qual è la loro relazione con i numeri naturali?

In quali modi si può rappresentare una frazione?

Che cos'è una frazione?

Quali relazioni ci sono fra frazioni e numeri decimali?

Quali relazioni ci sono tra frazioni e percentuali?

Quali relazioni ci sono tra frazioni e probabilità?

...

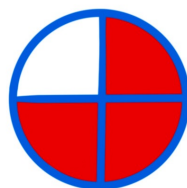
## Conflitto con i numeri naturali

Molte difficoltà derivano dall'**errata generalizzazione di alcune proprietà** dei numeri naturali:

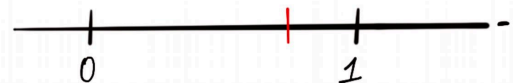
- Nell'insieme delle frazioni, **non esiste LA frazione precedente o successiva** di una frazione data;
- Il **risultato della moltiplicazione** di un numero per una frazione non è necessariamente un numero maggiore di quello di partenza;
- La stessa frazione può essere rappresentata da **scritture diverse** (frazioni equivalenti).

## Differenti significati di frazione

*Frazioni come parte-tutto*



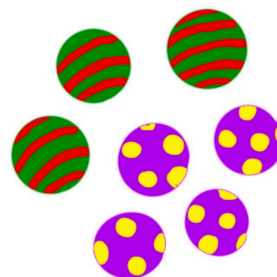
*Frazioni come punto su una retta*



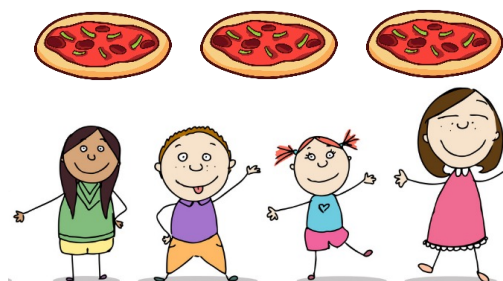
*Frazioni come operatore*

$$\frac{3}{4} \text{ di } 20$$

*Frazioni come rapporto*

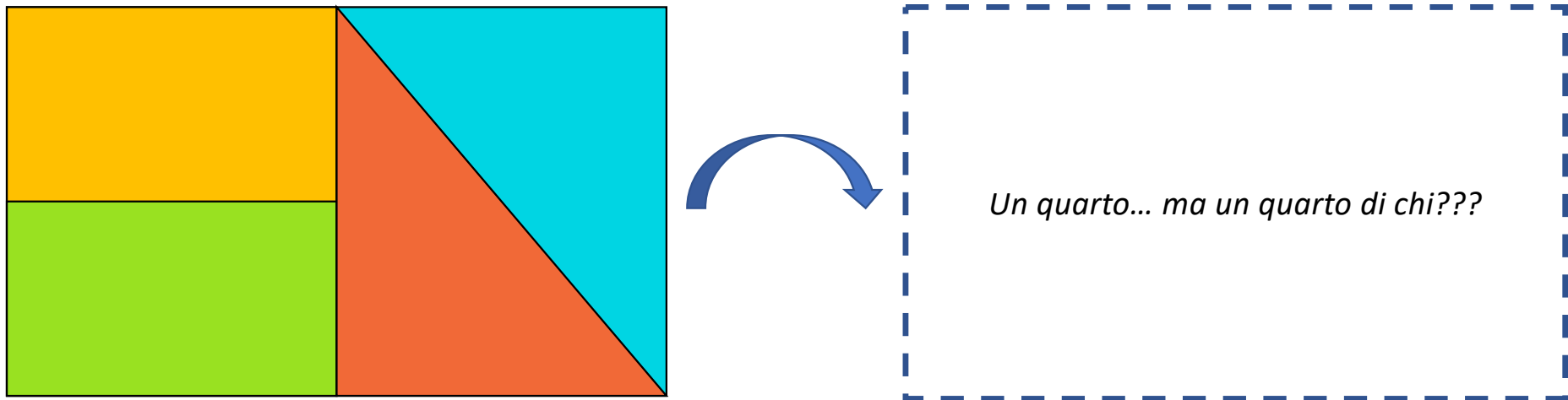


*Frazioni come quoziente*



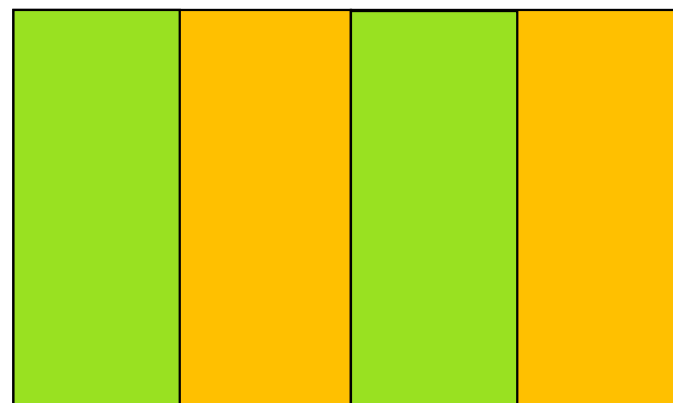
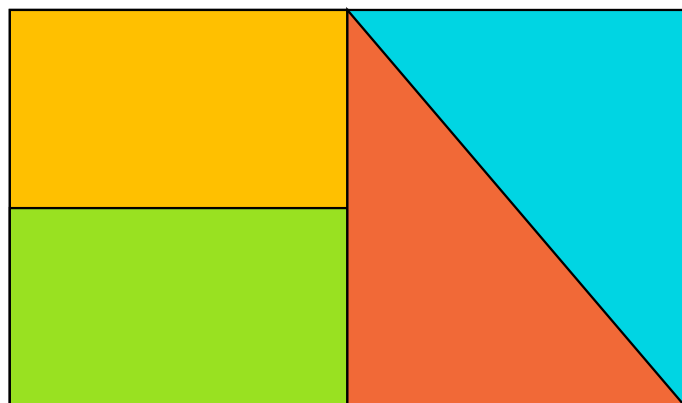
## Difficoltà del significato delle frazioni come parte-tutto:

- Importanza **dell'intero di riferimento**



## Difficoltà del significato delle frazioni come parte-tutto:

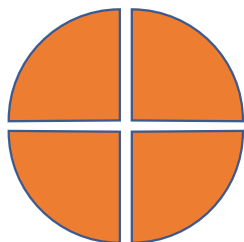
- Significato della parola «**uguale**»
  - Rapporto tra **congruenza** ed **equiestensione** delle parti (concetti che si sviluppano abitualmente in V primaria)



Difficoltà del significato delle frazioni come parte-tutto:

- frazioni «**improprie**»

Rappresenta  
“cinque quarti”



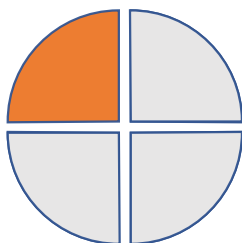
Divido in 4 parti  
e ne  
prendo...5?!



Difficoltà del significato delle frazioni come parte-tutto:

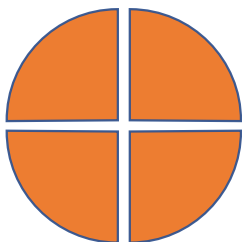
- frazioni «**improprie**»

Devi  
considerare un  
altro intero



Ma così ho  
“cinque di 8”,  $\frac{5}{8}$ !

...e prenderne  
una parte



## Le frazioni sono difficili (K. Hart, 1985)

Una delle cause è certamente legata al fatto che i numeri sono suscettibili di almeno sette significati diversi:

- frazioni,
- numeri decimali,
- classi di equivalenza di frazioni
- rapporti,
- operatori moltiplicativi,
- elementi di un campo quoziente
- misure o punti sulla retta numerica

Durante gli anni della scuola elementare i bambini incontrano più volte i numeri razionali, ovviamente solo secondo alcune di queste accezioni, ma, come quando un attore sapientemente truccato diventa irriconoscibile, i bambini non riescono a riconoscerli, non riescono da soli a rendersi conto che c'è una sola astrazione matematica sottostante.

# Le frazioni sono difficili

*«Invece di correre a fornire agli studenti diversi algoritmi per eseguire operazioni sulle frazioni [...] gli insegnanti dovrebbero porre di più enfasi sulla **comprensione concettuale delle frazioni**. [...] **l'insegnamento delle diverse operazioni tra frazioni dovrebbe essere direttamente collegato a specifiche interpretazioni delle frazioni.**»*

Tradotto da Charalambous & Pitta-Pantazi (2005)