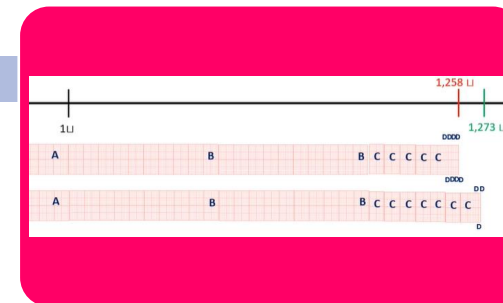
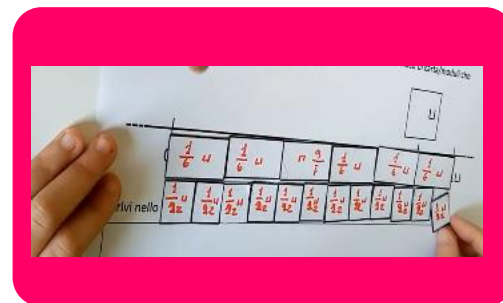
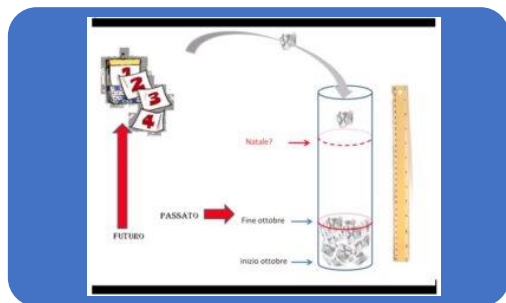


La misura come tema trasversale delle guide di

PerContare

Anna Baccaglini-Frank, Alessandro Ramploud – Università di Pisa

Silvia Funghi – Università di Genova



1 m	=	dm	=	cm	=	mm
m	=	1 dm	=	cm	=	mm
m	=	dm	=	1 cm	=	mm
m	=	dm	=	cm	=	1 mm



A

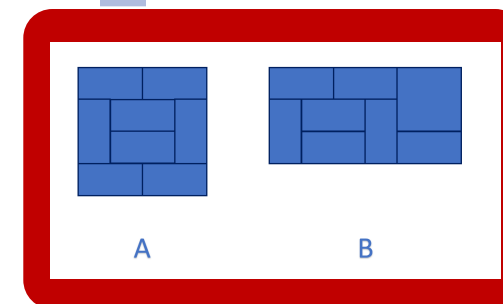
C

B

$$A = B + C$$

$$B = A - C$$

$$C = A - B$$



Un processo fondamentale: il confronto tra grandezze



- Misurare è considerata da alcuni studiosi una delle attività fondamentali da cui si sviluppa conoscenza matematica.

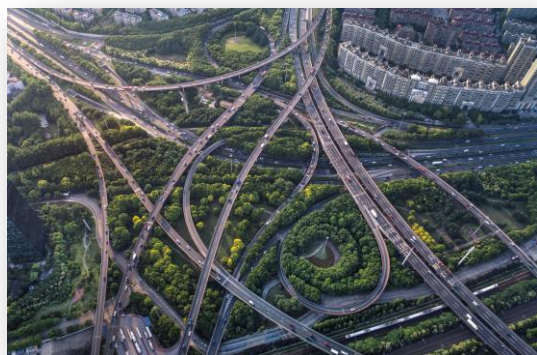
Quantificare le qualità a scopo di confronto e ordinamento, utilizzando oggetti o simboli come dispositivi di misurazione con unità associate o "parole-misura" (Bishop, 1998)

Partiamo dal problema di **confrontare grandezze fisiche**

Un processo fondamentale: il confronto tra grandezze

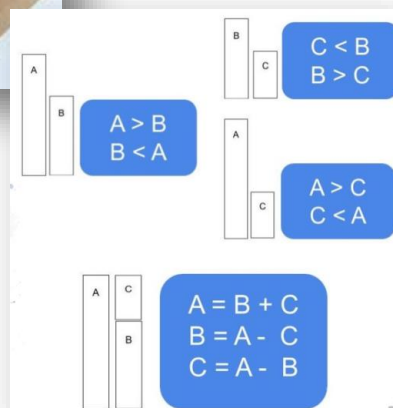


- Se è possibile operare un **confronto diretto**, non abbiamo bisogno di misurare!



- La necessità di misurare nasce quando il **confronto non può essere effettuato in modo diretto**

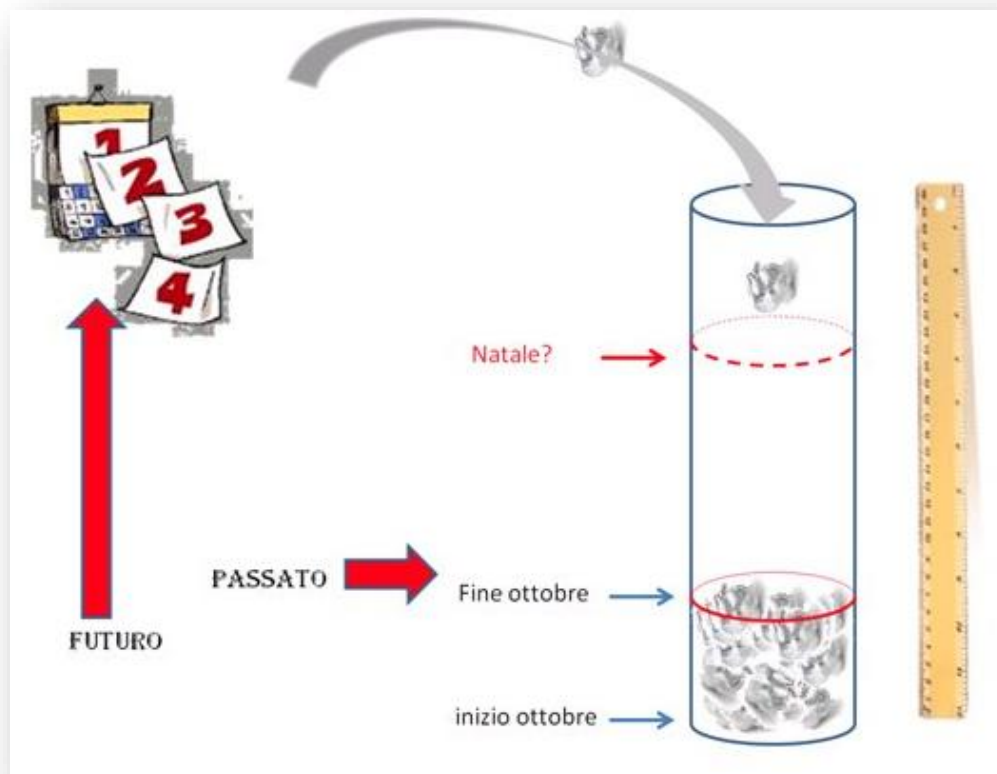
Confronto di lunghezze



In PerContare si parte fin dalle prime classi con il confronto di **lunghezze**

Infatti, individuare cosa significa «riportare tante volte l'unità di misura sull'oggetto da misurare» per altre grandezze può essere molto complesso!

Il tubo del tempo



Come funziona?

- Si prende un calendario a strappo e un tubo trasparente
- Ogni giorno si strappa la pagina del giorno precedente
- Si appallottola la pagina e la si getta nel tubo
- Dopo il primo mese si segna una tacca sul tubo e gli si dà il nome del mese trascorso
- Si chiede ai bambini di ipotizzare dove arriverà l'altezza delle palline a Natale (o ad un altro momento significativo)

Alcuni significati veicolati:

- La durata temporale viene tradotta in una lunghezza (si stabilisce una **relazione tra due grandezze fisiche diverse**)
- Il processo di stima può attivare riflessioni in termini di **rapporti** tra tempi e/o lunghezze

<https://www.percontare.it/guide/percorsi-classe-prima/buone-abitudini/calendario-stima/>

Confronto di lunghezze



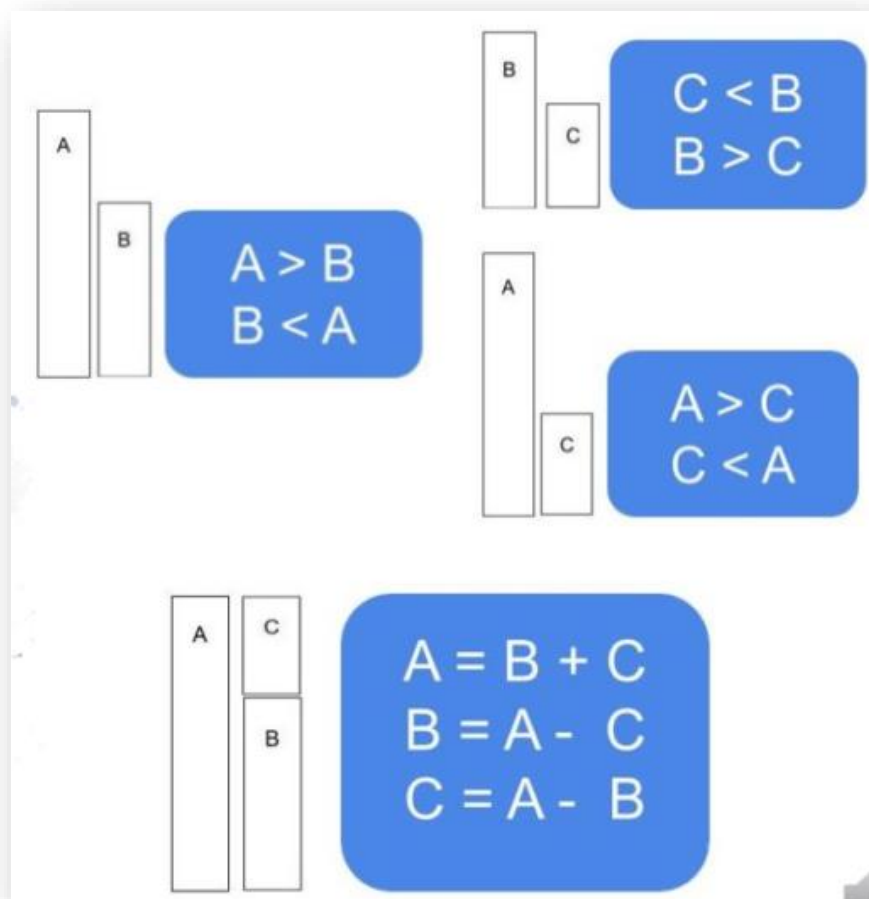
Alcuni significati veicolati:

- Scelta di una unità di misura
- Riportare tante volte l'unità di misura sull'oggetto da misurare
- La misura, come numero, esprime il rapporto tra l'unità di misura e la grandezza che si vuole misurare

Che cosa ci interessa?

- **l'operazione di misurare**
- **non** tanto l'individuazione di un numero che esprima una misura «esatta»

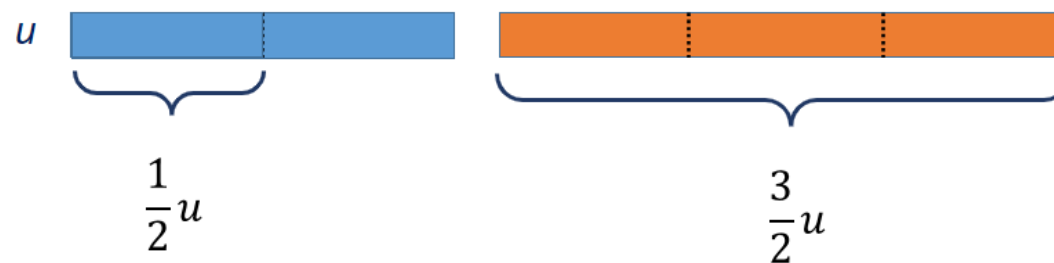
Confronto di lunghezze



Alcuni significati veicolati:

- Generalizzazione
- Simbolizzazione

- Questa attività costituisce un'evoluzione della precedente
- Apre la riflessione nella direzione di introdurre frazioni dell'unità di misura



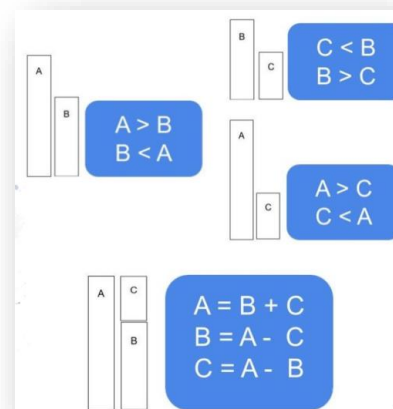
Confronto di lunghezze



<https://www.percontare.it/guide/percorsi-classe-seconda/misura-classe-seconda/introduzione-alla-misura-con-bee-bot/>



<https://www.percontare.it/guide/classe-terza/stima/>



https://www.percontare.it/guide/classe-terza/tre_moduli/

Confronto di lunghezze: introduzione di **frazioni dell'unità di misura**



Come funziona?

- Bilancia a 1 piatto
- Funziona posizionando un contrappeso, il romano, in un punto del braccio legato al peso dell'oggetto sul piatto
- Il processo di misura dipende dalla scelta iniziale di un intero di riferimento

Alcuni significati veicolati:

- Il peso viene tradotto in una lunghezza (si stabilisce una **relazione tra due grandezze fisiche diverse**)
- Il processo di stima può attivare riflessioni in termini di **rapporti** tra pesi e/o lunghezze
- Introduzione di **rapporti frazionari** tra l'intero di riferimento e sue parti

<https://www.percontare.it/guide/classe-terza/frazioni-sulla-linea-dei-numeri/>

<https://www.percontare.it/guide/classe-quarta/riprendiamo-la-stadera/>

Confronto di lunghezze e posizionamento sulla linea dei numeri

Come funziona?

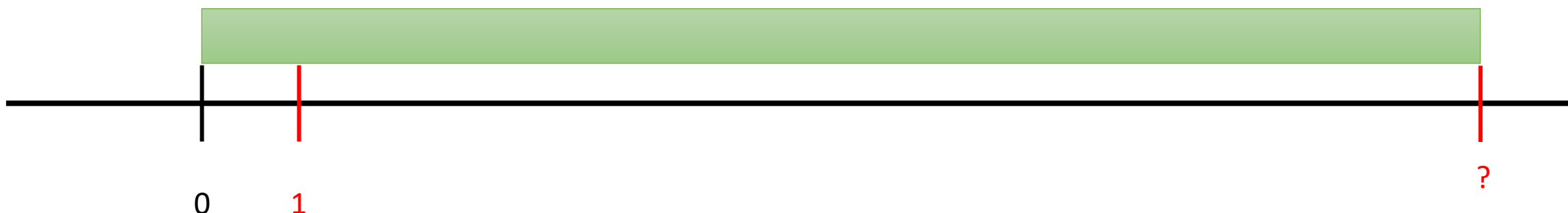
- Fissato lo zero e l'intero di riferimento, ci si domanda a quale numero corrisponde una certa posizione sulla linea dei numeri
- Se, per misurare la distanza tra la posizione voluta e lo zero, posso riportare l'intero di riferimento (o l'unità di misura scelta):
 - **Esattamente un numero intero di volte:**
ritroviamo la linea dei numeri naturali



Webinar 16/09/2021

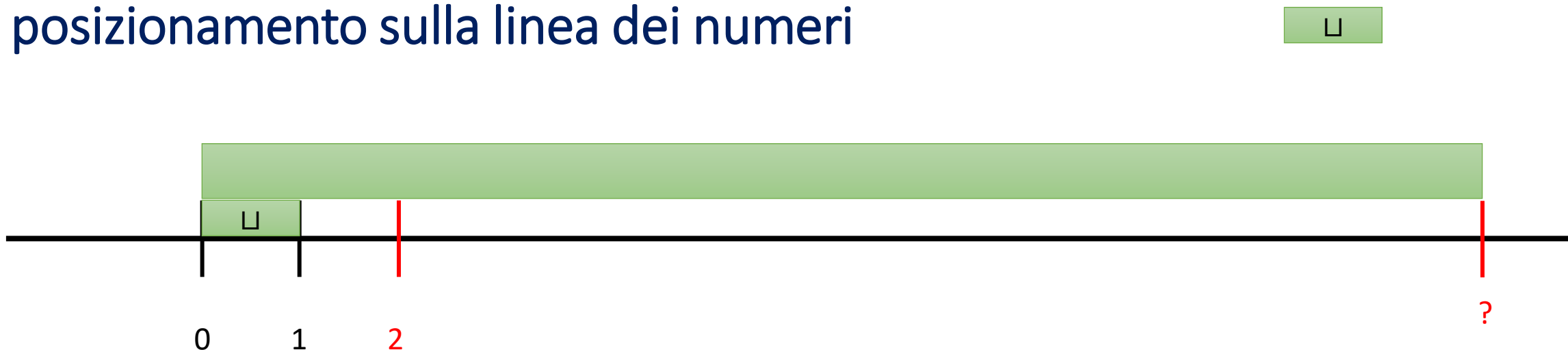
<https://youtu.be/M98yoyaZKk8>

Confronto di lunghezze e posizionamento sulla linea dei numeri



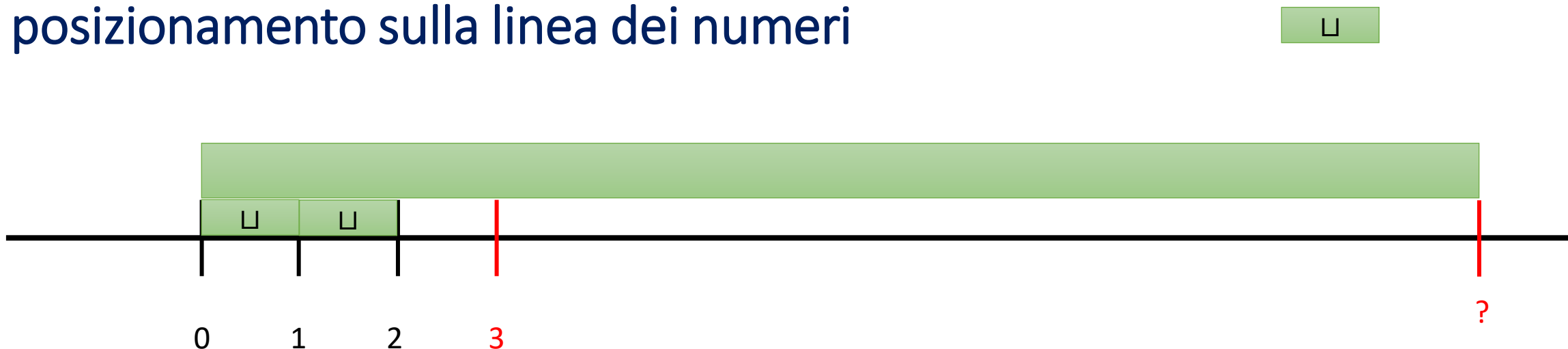
□ indica una unità di misura
assolutamente arbitraria, non
necessariamente legata al Sistema
metrico decimale internazionale

Confronto di lunghezze e posizionamento sulla linea dei numeri



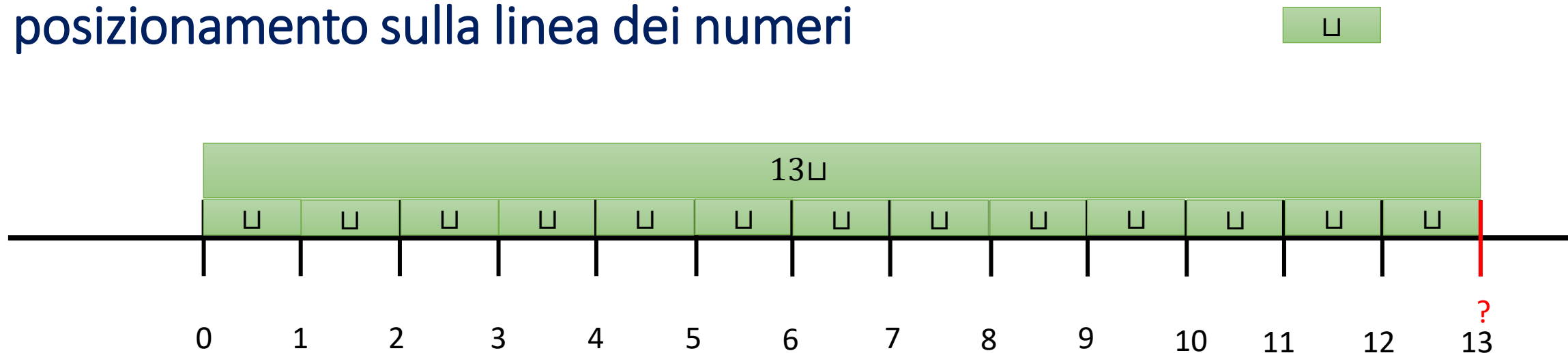
L indica una unità di misura
assolutamente arbitraria, non
necessariamente legata al Sistema
metrico decimale internazionale

Confronto di lunghezze e posizionamento sulla linea dei numeri



U indica una unità di misura
assolutamente arbitraria, non
necessariamente legata al Sistema
metrico decimale internazionale

Confronto di lunghezze e posizionamento sulla linea dei numeri



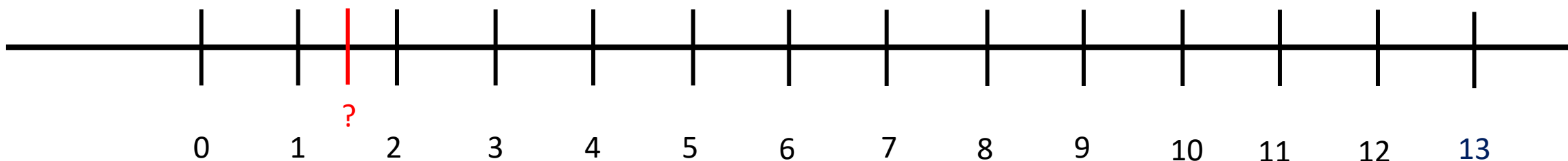
□ indica una unità di misura
assolutamente arbitraria, non
necessariamente legata al Sistema
metrico decimale internazionale

Confronto di lunghezze e posizionamento sulla linea dei numeri

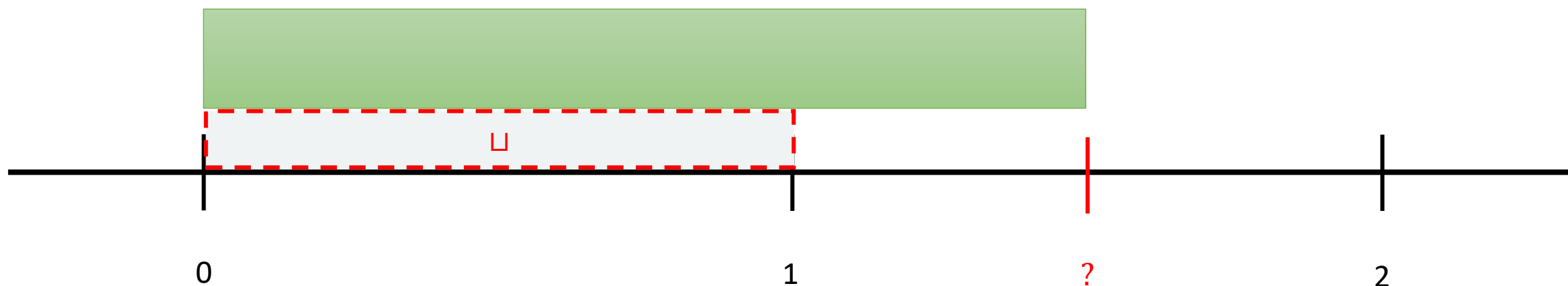
Come funziona?

- Fissato lo zero e l'intero di riferimento, ci si domanda a quale numero corrisponde una certa posizione sulla linea dei numeri
- Se, per misurare la distanza tra la posizione voluta e lo zero, posso riportare l'intero di riferimento (o l'unità di misura scelta):
 - **Esattamente un numero intero di volte:** ritroviamo la linea dei numeri naturali
 - **Non esattamente un numero intero di volte:** posso scegliere di misurare tale distanza usando delle **frazioni dell'intero**

Confronto di lunghezze e posizionamento sulla linea dei numeri

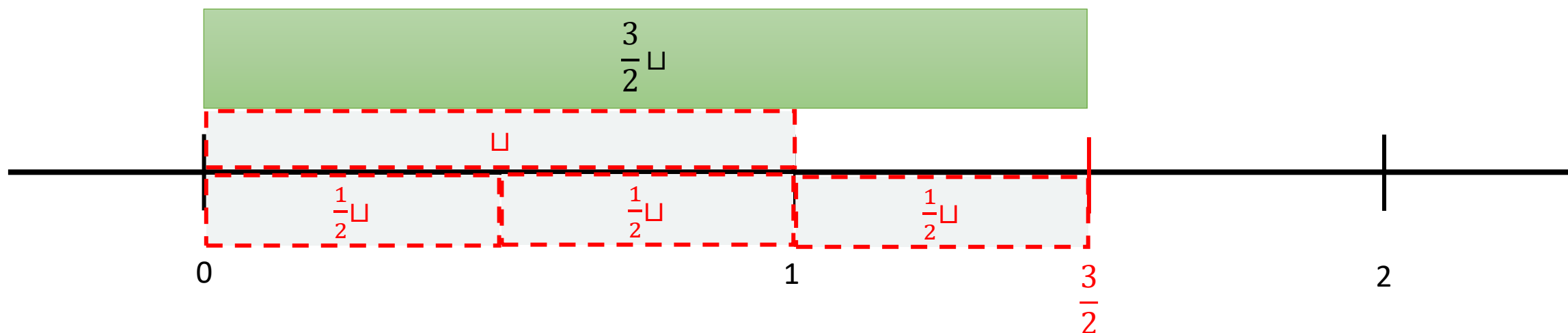


Confronto di lunghezze e posizionamento sulla linea dei numeri



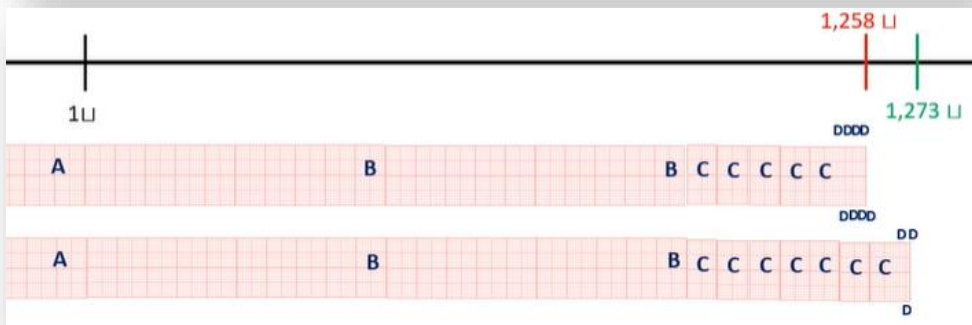
□ indica una unità di misura
assolutamente arbitraria, non
necessariamente legata al Sistema
metrico decimale internazionale

Confronto di lunghezze e posizionamento sulla linea dei numeri



□ indica una unità di misura
assolutamente arbitraria, non
necessariamente legata al Sistema
metrico decimale internazionale

Confronto di lunghezze e posizionamento sulla linea dei numeri



Se, per misurare la distanza tra la posizione voluta e lo zero, scelgo di misurare tale distanza usando delle **frazioni dell'intero**

- posizionamento di **frazioni** sulla linea (**retta delle frazioni**)

<https://www.percontare.it/guide/classe-quarta/la-retta-delle-frazioni/la-retta-delle-frazioni-fase-1/>



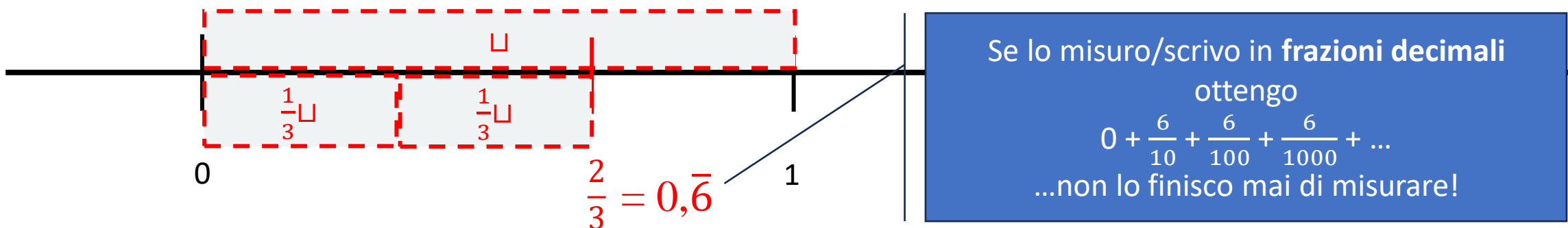
- se misuriamo **solo con unità frazionarie decimali dell'intero**:
posizionamento di **numeri decimali (limitati)** sulla linea

Confronto di lunghezze e posizionamento sulla linea dei numeri

Attenzione!: La scelta di quale tipo di frazioni usare NON è influente, in quanto lavorando sulla linea dei numeri solo con le frazioni decimali $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ (moduli B, C, D) perdiamo la possibilità di posizionare tutta una serie di numeri razionali:

- Alcuni numeri razionali, nella loro forma decimale, sono **illimitati (periodici)**
 - Sono «misurabili» con una unità frazionaria non decimale
 - Non sono «misurabili» se ci restringiamo solo ad unità frazionarie decimali

Con le frazioni decimali sopra indicate possiamo posizionare solo delle **approssimazioni decimali limitate** di queste frazioni.



A proposito di numeri decimali...

La retta delle frazioni

FASE 1

La retta plastificata

Scheda 1

Scheda 2A

Scheda 2B

Copione

Software
Stima di
Frazioni

Software
Unità
Frazionarie

FASE 2

La tacca misteriosa

FASE 3

La somma misteriosa

Esplorazione

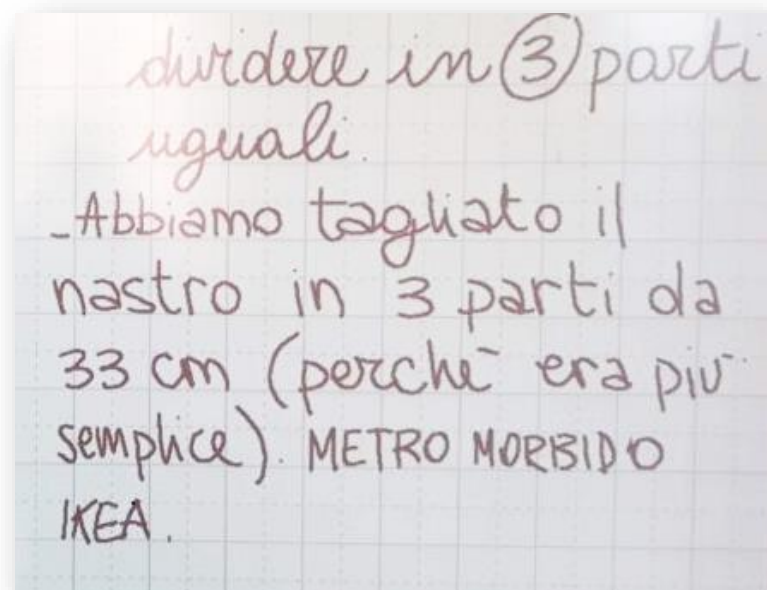
L'insegnante lascerà quindi il tempo ai gruppi di dividere in parti uguali le diverse strisce; nel mentre fisserà con patafix/scotch/biadesivo/scotch di carta etc. la retta sul muro o sulla lavagna (o in alternativa dove preferisce). Durante l'attività dei gruppi, sarà molto importante che l'insegnante osservi attentamente le strategie dei bambini per dividere in parti uguali le differenti strisce a seconda del numero di parti indicato. Ci aspettiamo in particolare le seguenti strategie:

- Gli studenti misurano la lunghezza della striscia con riga/righello e poi dividono la misura in tante parti quante indicato;
- Gli studenti dividono la striscia in modo "empirico", p. es. la piegano a metà per dividerla in 2 (e poi in 4 e 8) parti uguali oppure riportano i due estremi della striscia sulla stessa per piegarla in 3 parti uguali (e poi in 9);
- Gli studenti possono anche adottare una tecnica "mista" p. es. dividendo in 6 parti uguali piegando prima la striscia a metà e poi misurando per dividere ciascuna metà in 3 parti uguali.

ATTENZIONE: è possibile che in questa fase le bambine e i bambini richiama l'attività svolta con i nastri (link: <https://www.percontare.it/guide/classe-terza/dividere-in-parti-uguali/>). Sarà molto importante che l'insegnante riprenda eventualmente nelle fasi di discussione e conclusione questa riflessione.

Nelle fasi in cui è prevista la **divisione dell'intero di riferimento in parti uguali** (p. es. parte di **costruzione della retta delle frazioni**), è possibile che i bambini cerchino di dividere la lunghezza della striscia in un certo numero di parti uguali andando a dividere la misura in metri, centimetri etc. dell'intero usando la calcolatrice...

Confronto di lunghezze e posizionamento sulla retta



Questo può dare luogo all'emergere di **numeri decimali periodici**:

Se p.es. se il nastro da dividere misura 100 cm e cerchiamo di dividerlo in 3 parti uguali «col righello», possiamo aspettarci di andare a calcolare: $100:3 = 33,\bar{3}$

1. Cosa significa?

Facendo riferimento al significato di frazione come quoziente, il risultato di $100:3$ corrisponde alla frazione $\frac{100}{3}$

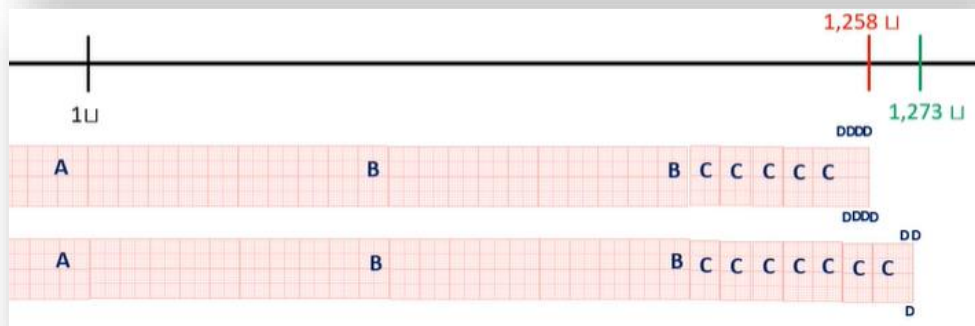
2. Dove si posiziona $33,\bar{3}$ sulla linea dei numeri? (quanto è distante da 0?)

Possiamo quindi (idealmente) posizionare questa frazione andando a considerare l'unità frazionaria del centimetro $\frac{1}{3} cm$ e misurando la distanza data da 100 di queste unità frazionarie a partire dalla tacca 0

3. La periodicità mi dice che la frazione $\frac{100}{3} cm$ NON è «misurabile» con il nostro sistema metrico decimale

Se lo misuro/scrivo in frazioni decimali $33,\bar{3}$ ottengo $33 + \frac{1}{10} \times 3 + \frac{1}{100} \times 3 + \frac{1}{1000} \times 3 \dots$

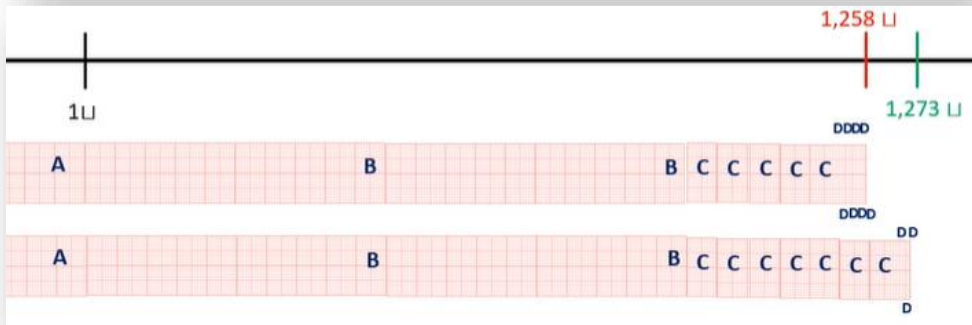
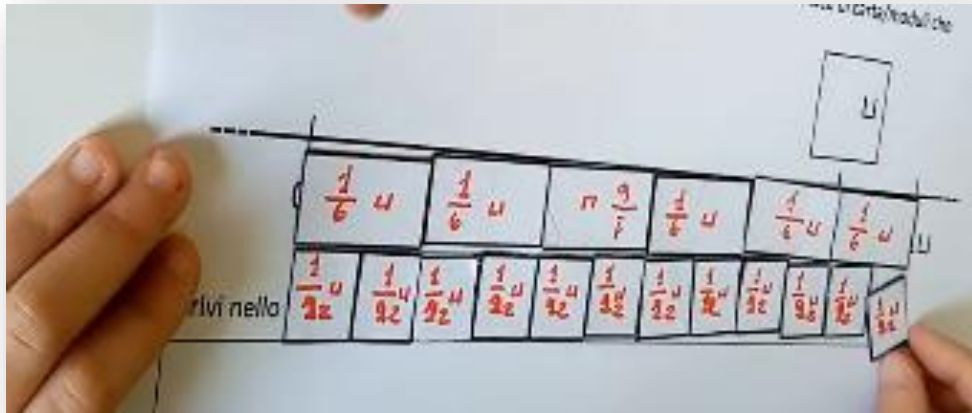
Confronto di lunghezze e posizionamento sulla linea dei numeri



Come influisce questa differenza sulle guide?

- Nelle attività relative alla **retta delle frazioni**, lavoriamo sempre con posizioni relative a numeri **razionali**, «misurabili» con frazioni dell'intero (corrispondenti a **decimali limitati** o **decimali periodici**)
- Nelle attività relative al **posizionamento** o al **confronto di numeri decimali**, lavoriamo sempre con **numeri decimali limitati** (o al massimo con **approssimazioni decimali limitate** del numero che vogliamo posizionare), che **non sono tutti** i numeri razionali

Confronto di lunghezze e posizionamento sulla retta



Alcuni significati veicolati:

- Numeri razionali come punti su una retta
- Rapporto tra l'intero di riferimento e altre lunghezze
- Relazione tra cifre decimali di un numero decimale e frazioni decimali
- Relazione tra forma frazionaria e forma decimale di un numero razionale
- Confronto tra numeri razionali
- Numero razionale come somma di numeri razionali più piccoli (in particolare, di unità frazionarie)
- Frazioni equivalenti
- ...

Confronto di lunghezze e posizionamento sulla retta

<https://www.percontare.it/guide/classe-terza/dividere-in-parti-uguali/>
<https://www.percontare.it/guide/classe-terza/confronto-di-frazioni/>



<https://www.percontare.it/guide/classe-quarta/la-retta-delle-frazioni/>
<https://www.percontare.it/guide/classe-quarta/sottrazione-di-frazioni/>
<https://www.percontare.it/guide/classe-quarta/oltre-lintero/>

<https://www.percontare.it/guide/classe-quarta/confrontiamo-i-numeri-decimali/>



Confronto di lunghezze e posizionamento sulla retta



<https://www.percontare.it/video-formativi/>

Video Formativi

Home > Video Formativi

Video in ordine cronologico

Video per argomento

Il numero per misurare: l'approccio di Davydov						
Approccio uno-dimensionale alla frazione	Guide di III	23/06/2021	Nuovi sviluppi del progetto PerContare: la guida per la classe terza e quarta	Webinar PerContare	Silvia Funghi	https://youtu.be/c7QjguH5rl?t=3815
Frazioni con la stadera	Guide di III	25/06/2020	Nuovi sviluppi del progetto PerContare: la guida per la classe terza	Webinar PerContare	Alessandro Ramploud	https://youtu.be/twxsAijOrmA?t=1550
Rappresentazioni discrete e continue per il lavoro sul diagramma rettangolo	Guide di III	16/09/2020	Progetto PerContare: È ora disponibile anche la guida per le classi terze della primaria	Webinar PerContare	Silvia Funghi	https://youtu.be/oyK2Zf9IQTo?t=3690
Rappresentazioni discrete o continue dei numeri naturali: pensiero pre-algebrico	propedeutico alle Guide di I	15/06/2017 (?)	Problemi con variazione: dalla rappresentazione discreta a quella continua	WEBinASPHI	Alessandro Ramploud	http://www.youtube.com/watch?v=mxuizjZ3HB8?width=640&height=480

Confronto di lunghezze: conversione dell'unità di misura

1	m	=		dm	=		cm	=		mm
	m	=	1	dm	=		cm	=		mm
	m	=		dm	=	1	cm	=		mm
	m	=		dm	=		cm	=	1	mm

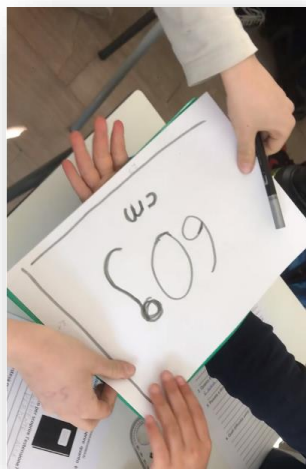
Come funziona?

- Si completa la tabella per righe, andando ad esplicitare **i rapporti tra le diverse unità di misura** di lunghezza del Sistema metrico decimale
- Si usa la tabella come riferimento quando bisogna individuare delle **strategie per convertire** misure da un'unità di misura all'altra

Alcuni significati veicolati:

- Rapporto tra diversi interi di riferimento/unità di misura e loro parti
- Il problema non è più quello di individuare una unità di misura idonea, ma è quello di **convertire una misura passando da un'unità di misura ad un'altra**
- **Tasso di cambio 1:10** nel Sistema metrico decimale

Misura di superfici



Nome gruppo	Che cosa avete usato?	Quanto è estesa la copertina del quadernone secondo voi?
Gruppo 1	Un rettangolo	4 rettangoli
Gruppo 2	1/8 di foglio A4	8 rettangoli
Gruppo 3	Un rettangolo 21,5 x 7,5	4 rettangoli
Gruppo 4	Un righello	630 quadretti di un cm di lato
Gruppo 5	Il lato maggiore e il lato minore	630 mattonelle da un cm
Gruppo 6	Rettangoli	4 rettangoli

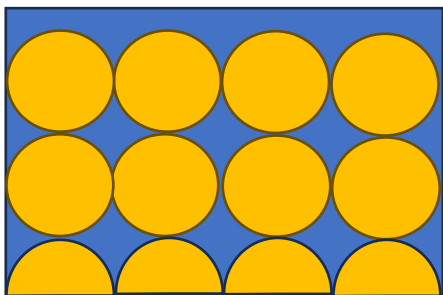
Alcuni significati veicolati:

- Scelta di una unità di misura
- Riportare tante volte l'unità di misura sull'oggetto da misurare
- La misura, come numero, esprime il rapporto tra l'unità di misura e la grandezza che si vuole misurare

Che cosa ci interessa?

- **l'operazione di misurare**
- **non** tanto l'individuazione di un numero che esprima una misura «esatta»

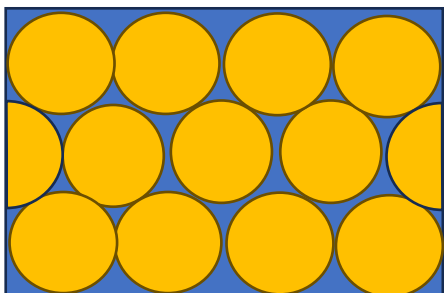
Misura di superfici



Quando si passa ad altre grandezze...
... individuare cosa significa «riportare tante volte l'unità di misura sull'oggetto da misurare» per altre grandezze può essere molto complesso!

- Le unità di misura possono avere forme diverse, non tutte facili da «riportare»
 - Come misuro «l'avanzo»?

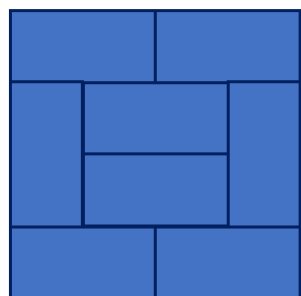
Misura di superfici



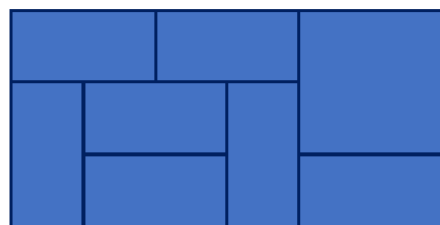
Quando si passa ad altre grandezze...
... individuare cosa significa «riportare tante volte l'unità di misura sull'oggetto da misurare» per altre grandezze può essere molto complesso!

- Le unità di misura possono avere forme diverse, non tutte facili da «riportare»
 - Disposizioni spaziali diverse dell'unità di misura possono dare luogo a misure diverse
 - Può essere necessario introdurre altre unità di misura di forme diverse per misurare l'«avanzo»

Confronto di superfici



A

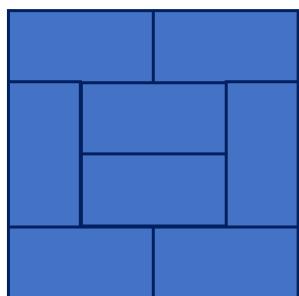


B

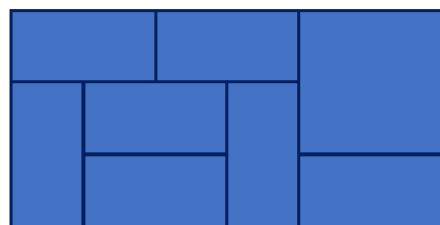
Quando si passa ad altre grandezze...
... individuare cosa significa «riportare tante volte l'unità di misura sull'oggetto da misurare» per altre grandezze può essere molto complesso!

- Le unità di misura possono avere forme diverse, non tutte facili da «riportare»
 - Può non essere semplice capire qual è, se c'è, una configurazione «buona» per effettuare il confronto

Confronto di superfici



A

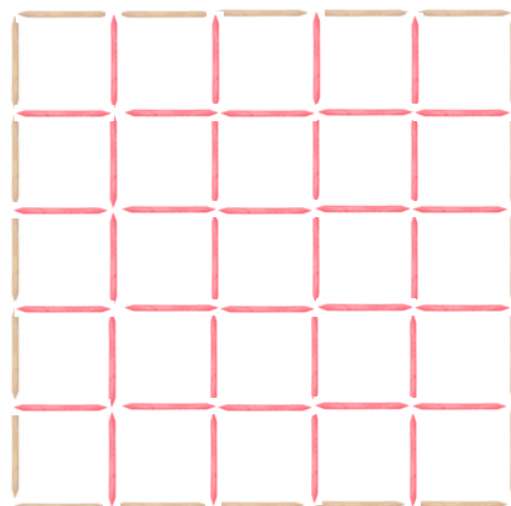
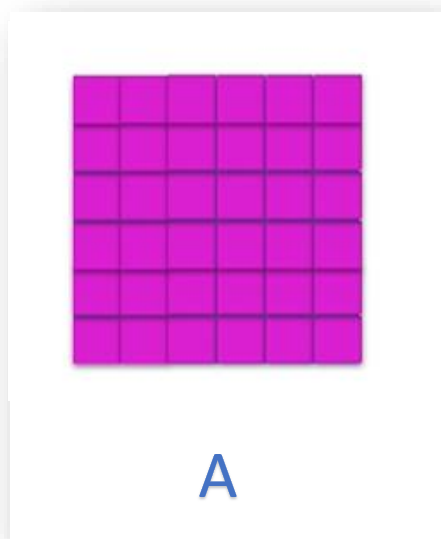


B

Alcuni significati veicolati:

- (Equi)scomposizione di una figura geometrica
- (Equi)estensione
- Tassellazioni del piano

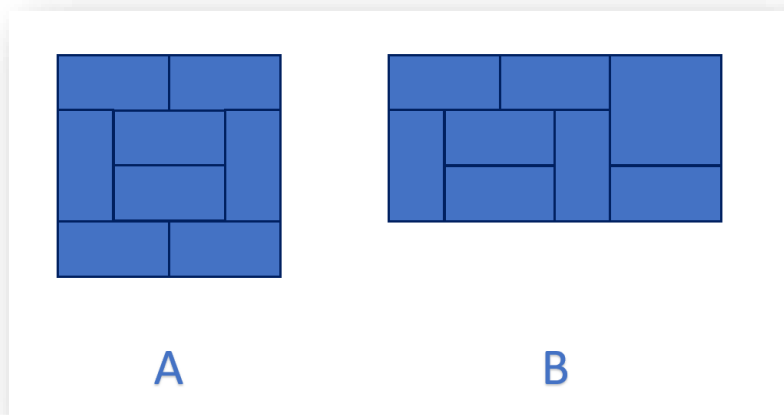
Confronto di superfici



Alcuni significati veicolati:

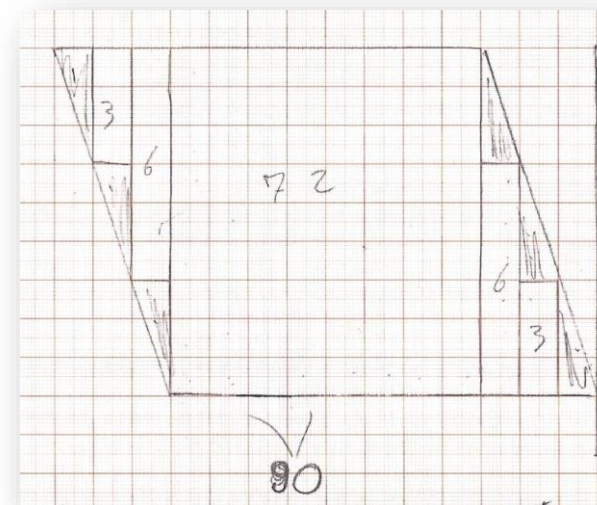
- Rapporto tra misure lineari e misure di superficie («stuzzicante quadrato»)
- Passaggio da tasso di cambio 1:10 per le misure di lunghezza al tasso di cambio 1:100 per le misure standard di superficie

Confronto di superfici



<https://www.percontare.it/guide/classe-quinta/area-dei-rettangoli/>

<https://www.percontare.it/guide/classe-quinta/area-di-quadrilateri-e-triangoli/>



Misura di altre grandezze continue: un'attività della classe II



“Udite! Udite! Per ordine del re Leonidas, ogni giorno l’acqua che sgorga dalla sorgente di Castrion deve essere raccolta e misurata dagli abitanti dell’isola di Naboombu, in modo da stabilire una volta per tutte quant’è [...]

<https://www.percontare.it/misura-quantita-continue/>

Significati matematici che si intendono far emergere

L'attività prevede quattro misurazioni della stessa quantità d'acqua (A) con diverse unità di misura (a), che in questo caso sono contenute un numero intero di volte (n) nella quantità di riferimento. La relazione matematica che esprime l'attività di misurazione dell'acqua è la seguente:

$$\frac{A}{a} = n$$

Quindi n è un numero naturale che rappresenta le volte che devo ripetere la misura effettuata con a per ottenere A (a questo livello stiamo parlando di misurazioni qualitative, per cui è ragionevole modellizzare in buona approssimazione le operazioni di misurazione in questo modo). Tale relazione porta con sé il riferimento alla struttura moltiplicativa, rivelando che anche nel processo di misurazione, che sembra estraneo alla moltiplicazione, invece è fortemente intrecciato ad essa. Tale aspetto è più evidente in questa situazione in cui si sta lavorando con sostanze continue, in questo caso l'acqua.