

POSTER

## Gestire gli Studenti con DSA in Classe Uso delle Mani e della Linea dei Numeri nel progetto *PerContare* \*

Anna BACCAGLINI-FRANK, Maristella SCORZA <sup>1</sup>



### Riassunto

*Il progetto PerContare ha come uno degli obiettivi principali quello di costruire e mettere a disposizione di insegnanti e scuole materiali e strumenti didattici per offrire a tutti i bambini strumenti cognitivi appropriati per un adeguato sviluppo delle competenze numeriche fin dall'inizio della scuola elementare. Con riferimento al contributo (BACCAGLINI-FRANK & ROBUTTI, 2013) in questa presentazione viene analizzata letteratura dall'ambito della didattica della matematica e delle neuroscienze che aiuta a capire in quali modi e perché due strumenti, le mani e le dita e la linea dei numeri, possano essere particolarmente efficaci per una 'buona didattica'.*

### Introduzione

I bambini che svilupperanno un disturbo specifico dell'apprendimento, ed in particolare la Discalculia Evolutiva (DE) (BUTTERWORTH, 1999; 2005; DEHAENE, 2010), solitamente cominciano a manifestare difficoltà d'apprendimento all'inizio della scuola primaria. Diversi ricercatori ritengono che sia possibile, e anzi fondamentale, individuare precocemente, all'inizio della scuola primaria, i bambini a rischio, ancora prima di quando è possibile diagnosticare e certificare il DSA (dalla terza elementare <sup>2</sup>), e intervenire con particolari strategie didattiche per aiutarli a superare le difficoltà, evitando così l'aggravarsi delle difficoltà d'apprendimento (IANNITI & LUCANGELI, 2005; LUCANGELI, 2005). In questo modo diventa possibile ridurre il fenomeno dei cosiddetti 'falsi positivi', cioè lo sviluppo di un profilo di calcolo simile a quello di un bambino con DE in un bambino che non ha un vero deficit cognitivo. Con una didattica non rivolta alla prevenzione delle difficoltà di apprendimento, cioè poco attenta agli aspetti semantici, lessicali, sintattici e procedurali dell'aritmetica, e ad aspetti affettivi (ZAN, 2007), può accadere che il bambi-

---

\* questo contributo è stato realizzato all'interno del progetto PerContare, diretto dalla Fondazione A-SPHI onlus, con la supervisione scientifica dell'Università di Modena e Reggio Emilia e con il supporto della compagnia di San Paolo e della Fondazione per la Scuola della Compagnia di San Paolo.

<sup>1</sup> Dipartimento di Educazione e Scienze Umane, Università di Modena e Reggio Emilia

<sup>2</sup> durante la *Consensus Conference* del 2011 si è stabilito che la diagnosi non può essere fatta prima della terza elementare, poiché deve essere terminato il normale processo di insegnamento delle abilità di calcolo.

no non sviluppi una sufficiente padronanza delle operazioni di calcolo e del processamento numerico. Per dare una risposta alle esigenze sempre più emergenti su questo tema, è nato il progetto PerContare<sup>3</sup>, con referenti scientifici dall'ambito della didattica della matematica (M. G. Bartolini Bussi), e della psicologia cognitiva (G. Stella). Il progetto è volto a costruire, mettendoli a disposizione di insegnanti e scuole, materiali e strumenti didattici per offrire a tutti i bambini strumenti cognitivi adeguati per lo sviluppo delle competenze numeriche. Questi materiali e gli strumenti didattici utilizzano sia le potenzialità dell'informatica, sia artefatti non digitali di supporto alla didattica. In questo contributo presenteremo due strumenti didattici, le mani-e-le-dita e la linea dei numeri, riportando, in maniera sintetica, alcuni fondamenti scientifici dall'ambito della didattica della matematica e da quelli delle neuroscienze e della psicologia cognitiva a sostegno per giustificare come l'uso delle dita e della linea dei numeri, con particolari consegne, possa risultare particolarmente utile per lo sviluppo di abilità di calcolo.

### **Le Mani e le Dita**

Alcuni risultati ottenuti nel campo delle neuroscienze hanno messo in luce un legame neuro/funzionale tra l'uso delle dita e lo sviluppo del senso del numero. Per esempio, (BUTTERWORTH, 1999; 2005) ha ipotizzato che le rappresentazioni numeriche siano fondate su tre abilità di base: la capacità innata di rappresentare piccole numerosità (o *subitizing*), l'abilità motoria fine (o *finger tapping*) e l'abilità di rappresentarsi mentalmente le dita (*gnosia digitale*). L'argomentazione dell'autore si fonda sull'idea che si costruiscono rappresentazioni numeriche concrete e astratte usando le dita, le parole e i numerali (i simboli). Le dita sono usate in tutte le culture per rappresentare numerosità: ecco perché, secondo Butterworth, la gnosia digitale è intrinsecamente legata alla rappresentazione di numerosità. Inoltre, poiché sono sempre a portata 'di mano', i bambini si trovano spesso a usare le dita non solo per rappresentare numerosità, ma anche per contare e fare aritmetica. Le dita, dunque, fungono da ponte nel legare rappresentazioni concrete a rappresentazioni astratte delle nozioni di 'quantità' e delle 'operazioni' (almeno di addizione e sottrazione e, con schemi d'uso più complessi, anche di moltiplicazione<sup>4</sup>).

Uno studio di (NOËL, 2005), mostra che diversi indicatori di gnosia digitale, tra cui orientamento destra-sinistra e scrittura a mano, sono significativamente correlate con le abilità numeriche dei soggetti testati. Inoltre, da uno studio di (BAFALLUY & NOËL, WEBgrafia 1), è risultato che un allenamento delle dita (*potenziamento digitale*) per bambini con bassi punteggi nel test di gnosia digitale ha fatto sì che le loro prestazioni diventassero significativamente migliori di quelle degli altri bambini dei gruppi di controllo negli ambiti: della gnosia digitale, della rappresentazione della numerosità con le dita e nei compiti di

---

<sup>3</sup> cfr. Nota \*; (ASPHI, WEBgrafia 2)

<sup>4</sup> si veda anche (WEBgrafia, 3).

quantificazione. Le prestazioni di questi bambini tendevano inoltre a essere migliori nei compiti di trattamento di cifre arabe.

Secondo un'ulteriore ipotesi, il fatto che la gnosis digitale sia un buon predittore delle abilità in ambito numerico potrebbe dipendere dal fatto che

*“i due fenomeni cognitivi hanno sostrati neurali coincidenti a causa di un riutilizzo di una parte del circuito per la gnosis digitale per la rappresentazione del numero”*

(PENNER-WILGER & ANDERSON, 2008, [trad. delle autrici]).

In generale questi studi portano conferme all'ipotesi di Butterworth sulle tre abilità di base necessarie per la cognizione della numerosità e hanno implicazioni per la identificazione precoce di bambini a rischio nell'ambito numerico, bambini che potrebbero eventualmente essere diagnosticati con DE (BUTTERWOTH, 2005). Ulteriori risultati delle ricerche indicano che è anche possibile potenziare la gnosis digitale in bambini piccoli e che ciò può fornire un utile aiuto all'apprendimento della matematica (BACCAGLINI-FRANK, in corso di stampa).

Nonostante il fatto che 'contare sulle dita' abbia spesso (purtroppo) una brutta reputazione in classe, diversi studi mostrano che contare sulle dita può favorire lo sviluppo di abilità numeriche (BRISAUD, 1992; ANDRES & ALII, 2007; SATO & ALII, 2007; THOMPSON & ALII, 2004). Sarebbe dunque auspicabile esporre precocemente i bambini all'uso delle dita nel conteggio per potenziare le strategie di calcolo a mente e ottenere benefici nella costruzione del significato di numero naturale. Paradossalmente l'uso delle dita può favorire un allontanamento da strategie che richiedono molte risorse cognitive (e dunque sono lente) basate sul puro conteggio, per passare a più efficienti ed efficaci in cui si usano 'configurazioni di dita'.

Tra gli aspetti vantaggiosi nell'uso delle dita, vi è la loro naturale struttura di dieci per bambino e cinque per mano. Le diverse scomposizioni del 10 possono essere tutte rappresentate con le dita, per esempio, facendo riferimento al numero totale delle dita alzate e di quelle abbassate di volta in volta. Poiché il processo di *subitizing* funziona bene entro il 5, è possibile riconoscere simultaneamente le dita sollevate (e abbassate) di due mani e dunque, senza contare, 'vedere' non solo le scomposizioni del 10, ma anche le scomposizioni di tutti i numeri naturali entro il 10, come 3 e 5; 4 e 2; 5 e 1; ecc.. In genere sono favorite le scomposizioni che contengono 5 perché si tende a usare tutte le dita di una mano quando possibile e a rappresentare i numeri maggiori di 5 completando prima tutta una mano e poi utilizzando l'altra: (BRISAUD, 1992, p. 61) per esempio, per rappresentare '8' in generale si alzano tutte le dita di una mano e tre dita dell'altra mano.

Vi sono molte altre strategie che fanno uso della complementarità di una quantità numerica rispetto al 5 o al 10, sia nell'ambito dell'addizione/sottrazione che della moltiplicazione/divisione, per la cui trattazione rinviamo ad altre fonti (per esempio: FISCHER, 1987; LUCANGELI & ALII, 2003). Concludiamo questa sezione sottolineando come sia importante che il bambino alzi (o abbassi) le dita *simultaneamente* quando le usa per rappresen-

tare quantità, affinché si potenzino le strategie di calcolo descritte sopra. Infatti, se le dita vengono alzate (o abbassate) una alla volta è probabile che il bambino utilizzi solo strategie di tipo ‘counting on’ quando si trova davanti a un’addizione o ad una sottrazione (BACCAGLINI-FRANK, in corso di stampa).

## **La Linea dei Numeri**

Già nel 1880 Galton rilevava che molte persone occidentali si rappresentano i numeri in un modo stabile su uno spazio interno bidimensionale, organizzati lungo linee dei numeri idiosincratiche. Inoltre, per la maggior parte delle persone, i numeri crescenti vanno da sinistra verso destra e dal basso verso l’alto. L’idea di Galton ha trovato conferma in studi successivi in cui venivano messi in relazione il processamento numerico e quello dello spazio (PINEL & ALII, 2004; SERON & ALII, 1992). La linea dei numeri sembra corrispondere ad una rappresentazione intuitiva e ad una traduzione naturale della sequenza in una di-mensione spaziale. Essa costituisce al tempo stesso una forma più astratta di rappresentazione rispetto al conteggio degli oggetti, in quanto avvia la possibilità di contare qualsiasi elemento, introducendo in qualche misura un principio di astrazione, uno dei principi universali del numero richiamati da (GELMAN & GALLISTEL, 1978).

Tuttavia sembra che la rappresentazione della linea dei numeri evolva con lo sviluppo cognitivo del soggetto, anche in seguito alle influenze culturali (ZORZI & ALII, 2002). Infatti, nello sviluppo normale, la rappresentazione iniziale sviluppata dal bambino della linea dei numeri sembra essere di tipo logaritmico, con più i numeri ‘piccoli’ più distanziati e quelli ‘grandi’ sempre più vicini. Questa rappresentazione si evolve verso quella ‘matematica’ in cui i numeri sono disposti in maniera lineare.

Una buona rappresentazione mentale della linea dei numeri consente un accesso rapido ed efficace alle informazioni numeriche necessarie per moltissimi compiti sia numerici che aritmetici. Inoltre, la linea dei numeri è adatta per svolgere, non solo le operazioni di calcolo entro il 10 (che, peraltro, si possono fare con le dita), ma soprattutto oltre il 10, quando le dita non sono più sufficienti e il bambino può commettere errori poiché la configurazione delle dita non ha lo stesso significato numerico (per esempio 8 e 13 con le dita corrispondono alla stessa configurazione).

Con la linea dei numeri la rappresentazione dell’addizione risulta molto semplice in quanto si realizza mettendo in sequenza i due addendi, così come prevede il “Modello del conteggio totale” (GROEN & PARKMAN, 1972): ad esempio per fare  $3 + 5$  il bambino conta: ‘uno, due, tre’, poi riparte a contare per il secondo addendo ‘uno, due, tre, quattro, cinque’ e infine riconta tutto fino ad arrivare al totale di otto. Un buon uso della linea dei numeri in compiti di addizione favorisce anche lo sviluppo del passaggio al modello di conteggio più evoluto, il modello ‘a partire da’: ossia contare in avanti a partire dal primo addendo. I bambini scoprono che non è necessario partire dal primo addendo, ma che si può partire dal secondo: partono da 3 e contano poi in avanti per altri 5 per arrivare al ri-

sultato.

La linea dei numeri può inoltre facilitare il compito di identificare quale numero segue o precede un altro e facilita la realizzazione di una procedura per la sottrazione e quindi anche la sua concettualizzazione (KARMILOFF-SMITH, 1992). Davanti ad una sottrazione scritta il bambino spesso ha difficoltà a considerare che il secondo numerale deve essere tolto e non aggiunto dal primo<sup>5</sup>. L'uso della linea dei numeri favorisce la operazionalizzazione della sottrazione in quanto per il bambino è più facile capire che con il segno '+' si va in avanti mentre con il segno '-' si va indietro. Non vi è dunque la necessità di capire fin dall'inizio che il sottraendo è contenuto nel minuendo.

La linea dei numeri proposta nel progetto PerContare prende spunto dal modello di Ride-scrizione Rappresentazionale (RR) di (KARMILOFF-SMITH, 1992) sullo sviluppo delle capacità di conteggio. Secondo questo modello, il bambino in età prescolare deve assimilare la procedura del conteggio in modo che diventi automatica; infatti, egli è in grado di contare agevolmente fino a 5, ma deve sempre ricontare daccapo la stessa configurazione di cose in quanto ancora non ha sviluppato il principio di cardinalità. Il bambino, quindi, segue una procedura integralmente ed è in grado di usarla con successo in determinate circostanze, tuttavia la conoscenza intrinseca nella procedura non è ancora manipolabile nelle sue componenti separate e per questo ricomincia ogni volta a contare anche quando il compito riguarda lo stesso insieme appena contato. Il modello di RR postula che partendo dall'immagazzinamento della procedura (dopo un determinato numero di esperienze che varia da bambino a bambino) si può giungere ad una rappresentazione astratta.

Alcune ricerche (DEHAENE, 2001; OKAMOTO & CASE, 1996; VERGUTS & FIAS, 2004) dimostrano che l'uso della linea numerica visiva, come rappresentazione esterna di supporto, favorisce la manipolazione di quantità e l'acquisizione e costruzione di concetti e procedure matematiche di alto livello. Risulta pertanto utile fornire ai bambini esperienze concrete con la linea dei numeri al fine di favorire l'acquisizione e implementazione delle competenze numeriche e aritmetiche di base (SIEGLER & RAMANI, 2009).

---

<sup>5</sup> questo fraintendimento è rinforzato da attività nelle quali si rappresenta due piccole collezioni di oggetti (ad es. palline), immaginando che la seconda sia da togliere alla prima.

## Bibliografia

- ANDRES M. & SERON X., & OLIVER E., 2007, *Contribution of hand motor circuits to counting*, 'Journal of Cognitive Neuroscience', 19, pp. 563 - 576.
- BACCAGLINI-FRANK A., [in corso di stampa], *Analisi delle Potenzialità di Applicazioni Multi-Touch per la Costruzione del Significato di Numero Naturale*, 'L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate'.
- BACCAGLINI-FRANK A. & ROBOTTI E., 2013, *Gestire Studenti con DSA in Classe - Alcuni Elementi di un Quadro Comune*, In: 'Atti del XVIII Convegno Nazionale GRIMeD, 23 - 24 Marzo 2013', Bologna: Pitagora ed.
- BIANCARDI A. & MARIANI E. & PIERETTI M., 2003, *La discalculia evolutiva. Dai modelli neuropsicologici alla riabilitazione*, Milano: Franco Angeli.
- BRISSAUD R., 1992, *A Toll for Number Construction: Finger Symbol Sets*, In: 'Pathways to number. Children's Developing Numerical Abilities', Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Ass., pp. 41 - 67.
- BUTTERWORTH B., 1999, *The mathematical brain*, London: Macmillan.
- BUTTERWORTH B., 2005, *The development of arithmetical abilities*, 'Journal of Child Psychology and Psychiatry', 46, pp. 3 - 18.
- CORNOLDI C. & LUCANGELI D., 2007, *I disturbi del calcolo*, In: CORNOLDI C. (ed.), 'Difficoltà e disturbi dell'apprendimento', Bologna: Il Mulino.
- DEHAENE S., 2001, *Subtracting Pigeons: Logarithmic or Linear?*, 'Psychological Science', 12, pp. 244 - 246
- DEHAENE S., 2010, *Il pallino della matematica, Scoprire il genio dei numeri che è in noi*, Milano: Raffaello Cortina Editore.
- FISCHER J.P., 1987, *L'automatisation des calculs élémentaires à l'école*. 'Revue Française de Pédagogie', 80, pp. 17 - 24.
- GALTON F., 1880, *Visualised numerals*, 'Nature', 21, pp. 252 - 256.
- GELMAN R. & GALLISTEL C.R., 1978, *The Child's Understanding of Number*, Boston: Harvard University Press.
- GROEN G.J. & PARKMAN J.M., 1972, *A chronometric analysis of simple addition*, 'Psychological Review', 79, pp. 329 - 343.
- IANNITI A. & LUCANGELI D., 2005, *Perché i calcoli sono difficili? Ipotesi e modelli psicologici dell'abilità di calcolo*, 'Difficoltà in Matematica', 1(2), pp. 153 - 170.
- KARMILOFF-SMITH A., 1992, *Beyond Modularity. A Developmental Perspective on Cognitive Science*, Cambridge, (MA): The MIT Press.
- LUCANGELI D., 2005, *National survey on learning disabilities*, Rome: 'Italian Institute of Research on Infancy'.
- LUCANGELI D. & DE CANDIA C., & POLI S., 2003, *L'Intelligenza numerica*, Vol. 3, Trento: Erickson.
- LUCANGELI D., & MAMMARELLA I.C., 2010, *Psicologia della cognizione numerica. Approcci teorici, valutazione e intervento*, Milano: Franco Angeli.
- NOËL M.P., 2005, *Finger gnosis: a predictor of numerical abilities in children?*, 'Child Neuropsychology', 11, pp. 1 - 18.
- OKAMOTO Y. & CASE R., 1996, *Exploring the Microstructure of Children's Conceptual Structures in the Domain of Number*, In: CASE R. & OKAMOTO Y. (eds.), 'The Role of Central Conceptual Structures in the Developments of Children's Thought' (Monographs of the Society for Research in Child Development), vol. 1 - 2, Blackwell: Malden.

- PENNER-WILGER M. & ANDERSON M.L., 2008, *An Alternative View of the Relation between Finger Gnosis and Math Ability: Redeployment of Finger Representations for the Representation of Number*, 'Proceedings of the 30th Annual Cognitive Science Society'. Austin (TX): Cognitive Science Society, pp. 1647 - 1652.
- PINEL P. & PIAZZA M. & LE BIHAN D. & DEHAENE S., 2004, *Distributed and overlapping cerebral representation of number, size, and luminance during comparative judgments*, *Neuron*, 41(6), pp. 983 - 993.
- SATO M. & CATTANEO L. & RIZZOLATTI G. & GALLESE V., 2007, *Numbers within our hands: Modulation of corticospinal excitability of hand muscles during numerical judgment*. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 19(4), pp. 684 - 693.
- SERON X. & PESENTI M. & NOËL M.P. & DELOCHE G. & CORNET J.A., 1992, *Images of numbers or when 98 is upper left and 6 sky blue*, 'Cognition', 44, pp. 159 - 196.
- SIEGLER R.S. & RAMANI G.B., 2009, *Playing linear number board games -but not circular ones - improves low-income preschoolers' numerical understanding*, 'Journal of Educational Psychology', Vol. 101(3), pp. 545 - 560.
- THOMPSON J.C. & ABBOTT D.F. & WHEATON K.J. & SYNGENIOTIS A. & PUCE A., 2004, *Digit representation is more than just hand waving*. 'Cognitive Brain Research', 21, pp. 412 - 417.
- VERGUTS T. & FIAS W., 2004, *Representation of Number In Animals and Humans: A Neuronal Model*, 'Journal of Cognitive Neuroscience', 16, pp. 1493 - 1509.
- ZAN R., 2007, *Difficoltà in matematica - Osservare, interpretare, intervenire*, Milano: Springer.
- ZORZI M. & PRIFTIS K., & UMILTÀ C., 2002, *Neglect disrupts the mental number line*, 'Nature', 417, pp. 138 - 139.

## WEBgrafia

- 1) BAFALLUY M.G. & NOËL M.P., 2008, *Does finger training increase young children's numerical performance?*, *Cortex*, 44, sul sito: [http://dial.academielouvain.be/vital/access/services/Download/boreal:11354/PDF\\_02](http://dial.academielouvain.be/vital/access/services/Download/boreal:11354/PDF_02)
- 2) ASPHI, *PerContare*, Software didattico sul sito: [www.percontare.asphi.it](http://www.percontare.asphi.it)
- 2) Aa.Vv., *Matematicamente*, sul sito: [http://dm.unife.it/matematicainsieme/mate\\_intercultura/culture02.htm](http://dm.unife.it/matematicainsieme/mate_intercultura/culture02.htm)

